

**Folha 10:** *Integrais duplos e triplos*

1. Calcule os integrais duplos das seguintes funções  $f$  nas regiões limitadas  $R$  indicadas:
  - (a)  $f(x, y) = y + 1$ ;  $R$  determinada pelas curvas  $3x + 3y = 9$ ,  $y = 3x$ ,  $y = x$ .
  - (b)  $f(x, y) = x + 2y$ ;  $R$  determinada pelas curvas  $2x + 2y = 4$ ,  $y = 3x$ ,  $y = x$ .
2. Calcule os seguintes integrais iterados (poderá ser necessário trocar a ordem da integração):
  - (a)  $\int_0^4 \int_{y/2}^2 \frac{1}{x} e^{2y/x} dx dy$ .
  - (b)  $\int_0^{\pi/3} \int_x^{\pi/3} \frac{\sin y}{y} dy dx$ .
3. Calcule os seguintes integrais iterados:
  - (a)  $\int_0^2 \int_0^{2-5x} \int_0^{1-4x-3y} 2x dz dy dx$ .
  - (b)  $\int_0^{\pi} \int_0^{4y} \int_0^{y+z} \cos(x+y) dx dz dy$ .
4. Calcule o volume das regiões limitadas  $R$  indicadas:
  - (a)  $R$  determinada pelas superfícies  $\frac{1}{5}x + y + \frac{1}{4}z = 1$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .
  - (b)  $R$  determinada pelas superfícies  $5y + 2z = 4$ ,  $x = 4 - y^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ .
  - (c)  $R$  determinada pelas superfícies  $x^2 + y^2 = 16$ ,  $z = 3x$ ,  $z = 0$  e pela condição  $x \geq 0$ .
5. Calcule a massa dos seguintes sólidos (regiões limitadas)  $R$  com densidades  $\rho$  indicadas:
  - (a)  $R$  determinada pelas superfícies  $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z = 1$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ ;  $\rho(x, y, z) = y$ .
  - (b)  $R$  determinada pela superfície  $z = 16 - x^2 - y^2$  e pelas condições  $x, y, z \geq 0$ ;  $\rho(x, y, z) = z$ .
6. Calcule os seguintes integrais iterados (poderá ser necessário trocar a ordem da integração):
  - (a)  $\int_0^2 \int_0^{12-3z} \int_{x/3}^{4-z} (4-z) \exp(y^2) dy dx dz$ .
  - (b)  $\int_0^1 \int_0^{10-2z} \int_{y/2}^{5-z} \frac{\sin x}{x} dx dy dz$ .