Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

ANÁLISE MATEMÁTICA III **2007/08**

Folha 12: *Integrais de superfície*

---

1. Esboce as superfícies dadas pelas seguintes parametrizações e calcule as respectivas áreas:

   (a) $\vec{r}(u,v) = (\cos u, \sin u, v), \quad (u,v) \in [0,\pi] \times [0,1]$.

   (b) $\vec{r}(r,\theta) = (r\cos\theta, r\sin\theta, r), \quad (r,\theta) \in [1,2] \times [0,\pi]$.

2. Calcule o integral do campo escalar $f(x,y,z) = x^2y$ relativamente à superfície $z = 3x + 4y$, onde $(x,y) \in [0,1]^2$.

3. Em cada uma das seguintes alíneas, calcule o fluxo do campo vectorial $\vec{F}$ através da superfície S indicada:

   (a) $\vec{F}(x,y,z) = (y,-x,z)$ onde S é a superfície dada em 1(a).

   (b) $\vec{F}(x,y,z) = (0,0,z)$ e S é a porção da superfície $z = 1 - x^2 - y^2$ acima do plano XoY.

4. Calcule

   (a) $\int\int_S \vec{F} \cdot d\vec{\sigma}_{ext}$ (i.e., o fluxo de $\vec{F}$ que atravessa a superfície S), sendo S a superfície do cubo $[0,1]^3$ e $\vec{F}(x,y,z) = (x^2,y^2,z^2)$. [**Sugestão:** use o Teorema da divergência (dito, Teorema de Gauss).]

   (b) $\int_{\Gamma^+} (y+z)dx + (x+z)dy + (x+y)dz$ onde Γ é a curva descrita pela intersecção das superfícies $x^2+y^2+z^2 = a^2$ e $x+y+z = 0$, onde $a > 0$ é um parâmetro fixo. [**Sugestão:** use o Teorema de Stokes.]

Não é forçoso usar as sugestões. Todavia, compare a dificuldade de resolução, via as sugestões dadas, com o cálculo directo dos integrais 4(a) e 4(b).