Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

ANÁLISE MATEMÁTICA III **2006/07**

Folha 6: *Derivadas parciais*

---

1. Determine f_x e f_y para cada uma das seguintes funções:
   (a) $f(x,y)=x^2+y^3$.
   (b) $f(x,y)=(x+2y)^2$.
   (c) $f(x,y)=e^x\ln(y^2+1)$.
   (d) $f(x,y)=e^{-x^2-y^2}$.
   (e) $f(x,y)=x\cos(xy)$
   (f) $f(x,y)=y^x$.
   (g) $f(x,y)=\dfrac{x}{x^2+y^2}$.
   (h) $f(x,y,z)=x^2+xyz+z^3$
   (i) $f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0)\end{cases}$.
   (j) $f(x,y)=\begin{cases}1 & \text{se } x=0 \text{ ou } y=0\\ 0 & \text{se } x\neq 0 \text{ e } y\neq 0\end{cases}$.

2. Determine f_{xx}, f_{xy}, f_{yx} e f_{yy} para cada uma das funções do exercício anterior.

3. Determine f_{xxyy} e f_{xyyx} para cada uma das funções do exercício 1.

4. Qual a taxa de variação instantânea da posição u da corda vibrante do exercício 3 da folha 4 em $x=\pi/2$ nos instantes $t=\pi/2$, $t=\pi$ e $t=3\pi/2$?

5. Qual a velocidade com que a temperatura do arame do exercício 5 da folha 4 está a variar no ponto $x=15\,cm$ nos instantes $t=0$, $t=1$ e $t=2$?

6. A função $u(x,y,t)=2\sin(3x)\sin(4y)\cos(5t)$ modela o deslocamento u em cm de uma membrana vibrante rectangular no instante t em segundos no ponto (x,y). A que velocidade se faz esse deslocamento no ponto $(1,1)$ e instante $t=1$ segundo?

7. Admitindo que f_x e f_y existem, expresse o limite

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h,y)-f(x,y+h)}{h}$$

em termos das derivadas parciais de 1ª ordem de f.