

## Folha 4: Domínios e gráficos

- 
- Em cada uma das alíneas seguintes, encontre o domínio de definição da função em causa, esboce-o e determine se é aberto, fechado, limitado ou conexo (por arcos):
    - $f(x, y) = (1 - 2x + y)^{1/2}$ .
    - $f(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ .
    - $f(x, y) = \frac{\sqrt{1-x^2-y^2}}{x^2+y^2}$ .
    - $f(x, y) = \frac{\ln(x^2y)}{\ln(4-x^2-y^2)}$ .
    - $f(x, y) = y^x$ .
    - $f(x, y) = \sqrt{x} \ln(1 - y)$ .
    - $f(x, y) = \ln|x^2 - y^2|$ .
    - $f(x, y) = \arcsin(x - y)$ .
  - Com a ajuda de um computador, esboce os gráficos das seguintes funções:
    - $f(x, y) = y$ .
    - $f(x, y) = 9 - x^2 - y^2$ .
    - $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$ .
    - $f(x, y) = \frac{\sin x}{1+x^2}$ .
    - $f(x, y) = \frac{x}{x^2+y^2}$ .
  - A função  $u(x, t) = \sin(x - t) + \sin(x + t)$  modela a forma de uma corda vibrante fixada em  $x = 0$  e  $x = \pi$ . Esboce o gráfico de  $u(x, t)$  como função de  $x \in [0, \pi]$  para cada um de vários instantes  $t$  (por exemplo,  $t = 0, 1, 2$ ). Após quanto tempo assume a corda a sua forma inicial?
  - A função  $u(x, t) = (x - t)e^{-(x-t)^2}$  é um exemplo de uma *onda progressiva*. Esboce o gráfico de  $u(x, t)$  no domínio da variável  $x$  para cada um de vários valores de  $t$  (por exemplo,  $t = 0, 1, 2$ ). Por que razão se usará a designação de onda progressiva?
  - A função  $u(x, t) = \frac{5}{9}e^{-t} \sin^2(\frac{\pi}{30}x)$  modela a temperatura em graus Celsius ao longo de um arame de 30 cm de comprimento cujas extremidades são mantidas constantemente à temperatura zero. Esboce o gráfico de  $u(x, t)$  como função de  $x \in [0, 30]$  para cada um de vários instantes  $t$  (por exemplo,  $t = 0, 1, 2$ ). O que acontece à temperatura do arame à medida que  $t$  aumenta? Que acontece quando  $t$  tende para infinito?
  - Considere uma função  $g$  de uma variável com domínio de definição  $[a, b]$ . Defina uma função de duas variáveis através de  $f(x, y) = g(x)$ . Qual o domínio de definição de  $f$ ? Determine se é aberto, fechado, limitado ou conexo (por arcos):
  - Considere que os domínios de definição de  $g$  e  $h$  são, respectivamente,  $[a, b]$  e  $[c, d]$ . Qual o domínio de definição de  $f(x, y) = g(x)h(y)$ ?