

1. Em cada uma das alíneas seguintes, determine a equação cartesiana, nas variáveis x e y , do gráfico da função vectorial dada. De seguida esboce o gráfico, indicando a orientação (no caso de esta se encontrar bem definida):

- (a) $\vec{r}(t) = (t^2, 1 - t^4)$, $t \in [-1, 2]$.
- (b) $\vec{r}(t) = (t^4 + 1, t^2 + 2t)$, $t \in [0, 1]$.
- (c) $\vec{r}(t) = (\cosh t, \sinh t)$, $t \in [0, 1]$.
- (d) $\vec{r}(t) = (\tan t, \sec t)$, $t \in [0, \pi/4]$.
- (e) $\vec{r}(t) = (2 - \cos t, 4 + \sin t)$, $t \in [0, 2\pi]$.
- (f) $\vec{r}(t) = (e^t, e^{-t})$, $t \in [0, 1]$.
- (g) $\vec{r}(\theta) = \left(\frac{\cos \theta}{2 - \cos \theta}, \frac{\sin \theta}{2 - \cos \theta}\right)$, $\theta \in [0, 2\pi]$.

2. Em cada uma das alíneas seguintes, determine uma parametrização para a circunferência com as propriedades indicadas:

- (a) Centro $(-3, 1)$, raio 1.
- (b) Centro $(-2, -5)$, raio 0,1.
- (c) Centro $(1, 1)$, raio 3, velocidade angular de 5 radianos por segundo.

3. Com a ajuda de um computador, obtenha, para $t \in [0, 10]$, o gráfico da curva

$$\vec{r}(t) = (10 \sin t + 2 \cos(30t), 12 \cos(3t) + \sin(30t)).$$

4. Mostre que se $\vec{r}(t) = (f(t), g(t))$, $t \in [a, b]$, é uma parametrização de uma curva C , então o mesmo sucede, para cada $k \neq 0$, a $\vec{r}_k(t) = (f(t/k), g(t/k))$, $t \in [ka, kb]$.
5. Mostre que se $\vec{r}(t) = (f(t), g(t))$, $t \in [a, b]$, é uma parametrização, com orientação, de uma curva C , então $\vec{s}(t) = (f(-t), g(-t))$, $t \in [-b, -a]$, é uma parametrização de C com orientação contrária.
6. A curva parametrizada por $\vec{r}(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t)$, $t \in [0, 2\pi]$, designa-se por *astróide*.
- (a) Esboce o seu gráfico com a ajuda de um computador.
 - (b) Mostre que a equação cartesiana do astróide é $|x|^{2/3} + |y|^{2/3} = 1$.
7. A Lua descreve uma órbita praticamente circular à volta da Terra. Considerando Terra e Lua como pontos a uma distância de 384 564 Km um do outro e tomando como 27, 32 dias o tempo que cada órbita (ângulo 2π) demora a ser percorrida, determine uma sua parametrização com origem na Terra e de modo a que a distância seja lida em quilómetros e o tempo em dias?