

Proposta de teste de avaliação 3 – Matemática 9

Nome da Escola	Ano letivo 20 - 20	Matemática 9.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data
		- - 20

Caderno 1

Parte A – 30 minutos

É permitido o uso da calculadora

1. A escultura ao lado, que podes observar na fotografia, encontra-se em Roma, no Vaticano.



A esfera que representa o globo terrestre foi a principal inspiração do escultor.

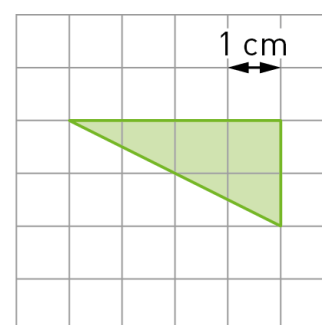
- 1.1. Qual é o valor mais próximo do volume de uma esfera com 5 metros de diâmetro?

(A) $65,44 \text{ m}^3$ (B) $65,45 \text{ m}^3$ (C) $65,5 \text{ m}^3$ (D) $65,4 \text{ m}^3$

- 1.2. Calcula a área da superfície esférica de uma esfera com 5 metros de diâmetro.

Apresenta o resultado, em metros quadrados, arredondado às décimas.

2. Na figura ao lado, em quadrículas está representada a base de uma pirâmide reta cujo volume é 32 cm^3 .



- 2.1. A altura da pirâmide é:

(A) 12 cm (B) 16 cm
(C) 18 cm (D) 24 cm

- 2.2. O João construiu um prisma com o dobro do volume da pirâmide e com a mesma base.

Qual é a altura do prisma que o João construiu?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Proposta de teste de avaliação 3 – Matemática 9

3. Os troncos de cone são inspiração para muitos escultores e arquitetos, como se pode observar nas fotografias seguintes:

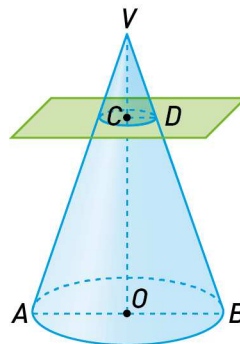


Lisboa, Portugal



Rio de Janeiro, Brasil

Um cone reto, com 10 metros de altura e 4 metros de raio de base, é “cortado” por um plano paralelo à base que dista 3 metros do vértice.

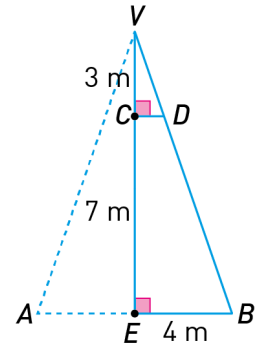


Calcula o volume do tronco do cone obtido após retirado o cone que ficou acima do plano.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Apresenta a resposta, em metros cúbicos, com arredondamento às décimas.

Sugestão: Começa por provar que $\overline{CD} = 1,2$ m.

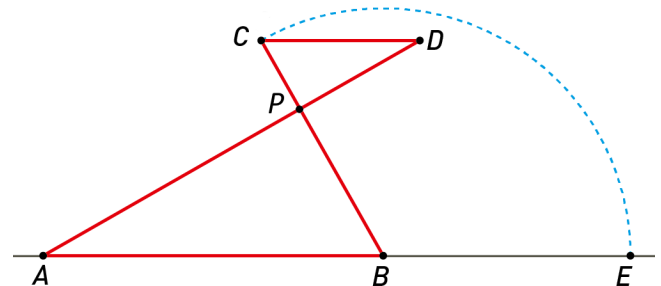


4. Na figura seguinte estão representados os triângulos $[ABP]$ e $[PDC]$.

O ponto E pertence à reta AB .

Sabe-se ainda que:

- a abcissa do ponto A é $\sqrt{2}$;
- $\overline{AB} = \sqrt{32}$; $\overline{CD} = 2\sqrt{2}$; $\overline{CP} = \sqrt{4}$
- as retas AB e CD são paralelas;
- $\overline{BC} = \overline{BE}$

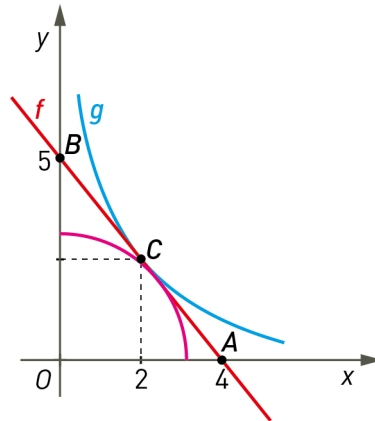


Qual é o valor da abcissa do ponto E ?

- (A) $5\sqrt{2} + 6$ (B) $5\sqrt{2} + 4$ (C) $\sqrt{2} + 12$ (D) 14



5. No referencial ortogonal, de origem O , da figura seguinte, estão representados a função afim f , a função de proporcionalidade inversa g e o quarto de círculo de centro O e raio $[OC]$.



Sabe-se que:

- o gráfico da função f contém os pontos A e B dos eixos Ox e Oy , respetivamente;
- $f(2) = g(2)$;
- o ponto C pertence ao gráfico das duas funções.

5.1. Qual das expressões pode definir a função f ?

(A) $f(x) = -\frac{4}{5}x + 5$

(B) $f(x) = -\frac{5}{4}x + 5$

(C) $f(x) = -x + 5$

(D) $f(x) = \frac{x}{4} - 1$

5.2. Calcule a área do quarto de círculo de centro O e raio $[OC]$.

Apresente o resultado com aproximação às décimas por excesso.

5.3. Escreve uma expressão analítica para representar a função g .

Cotações (Caderno 1)

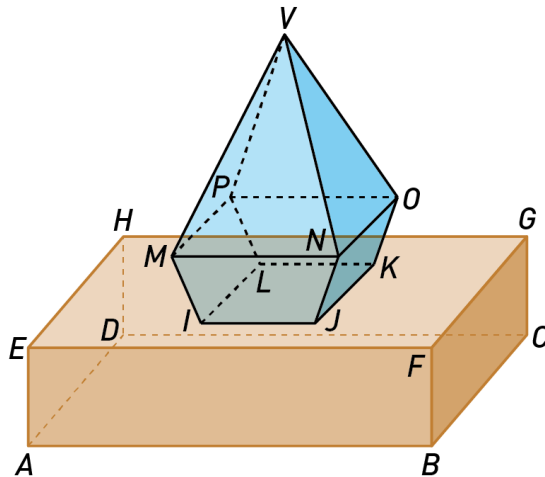
Item									
Cotações (em pontos)									
1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.1.	5.2.	5.3.	Total
3	3	3	4	4	3	3	4	3	30

Caderno 2

Parte B – 60 minutos

Não é permitido o uso da calculadora

6. Na figura seguinte, representa-se, em esquema, um modelo geométrico de um candeeiro colocado sobre uma mesa.



No esquema, estão representados o prisma reto de bases retangulares $[ABCDEFGH]$, o tronco de pirâmide de bases quadradas $[IJKLMNOP]$ e a pirâmide reta $[MNOPV]$.

Relativamente ao esquema, admite que:

- a distância entre os planos ABC e IJK é 5 cm.
- $\overline{AB} = 20$ cm ; $\overline{BC} = 10$ cm .
- $\overline{MN} = 2\overline{IJ}$
- a pirâmide $[MNOPV]$ tem de volume 120 cm³ e 10 cm de altura.

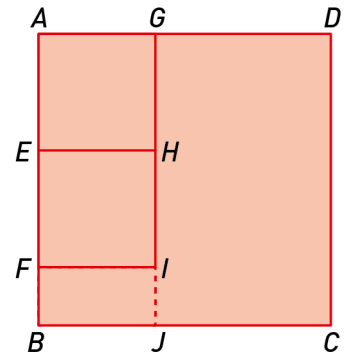
- 6.1. Qual das seguintes retas é paralela ao plano que contém a face $[ABCD]$?
 (A) reta VP (B) reta MN (C) reta NJ (D) reta HD
- 6.2. Qual é o volume do prisma $[ABCDEFGH]$?
- 6.3. A área da base da pirâmide $[MNOPV]$ é:
 (A) 12 cm² (B) 24 cm² (C) 36 cm² (D) 40 cm²
- 6.4. Qual é a área do quadrado $[IJKL]$?

Justifica a tua resposta.

Proposta de teste de avaliação 3 – Matemática 9

7. Na figura estão representados os quadrados $[ABCD]$, $[AEHG]$ e $[EFIH]$. Sabe-se que:

- os quadrados $[AEHG]$ e $[EFIH]$ são iguais;
- $\overline{AE} = x$ e $\overline{FB} = 1$, $x > 0$.



7.1. Qual das seguintes expressões representa a medida da área do quadrado $[ABCD]$?

- (A) $x^2 + 1$ (B) $4x^2 + 1$ (C) $4x^2 + 4x + 1$ (D) $4x^2 - 4x + 1$

7.2. Resolve a equação seguinte.

$$x(-x+1) = \frac{1}{4}$$

8. Considera a igualdade $(1-x)(1+x) = m + nx - x^2$, em que m e n são números reais.

Para que valores de m e n a igualdade é verdadeira, qualquer que seja x ?

- (A) $m = 1$ e $n = 0$ (B) $m = 1$ e $n = -2$
 (C) $m = -1$ e $n = 2$ (D) $m = -1$ e $n = 0$

9. A seguir podem ver-se quatro cartões identificados pelas letras A, B, C e D.

A	B	C	D

9.1. Escreve, em notação científica, o número inscrito no cartão A.

9.2. Qual das expressões seguintes é equivalente ao número inscrito no cartão B?

- (A) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ (B) $2^{-11} : 2^{-4}$ (C) $2^9 \times 2^{-2}$ (D) $2^{10} : 2^3$

9.3. Escreve o número inscrito no cartão C na forma de fração irredutível.

9.4. Escreve o número inscrito no cartão D na forma de percentagem.



10. Considera o conjunto $A = [2, +\infty[$.

10.1. Verifica se o conjunto A é solução da inequação seguinte.

$$1 + \frac{2x}{3} \leq 5x - \frac{23}{3}$$

10.2. Qual das seguintes opções é verdadeira?

- (A) $A =]5, +\infty[\cup]2, 10[$ (B) $A =]2, +\infty[\cup]3, 4[$
 (C) $A =]2, +\infty[\cap]2, 10[$ (D) $A =]2, +\infty[\cap]3, 4[$

11. Para o concurso “Parlamento dos Jovens” inscreveram-se inicialmente 45 alunos, rapazes e raparigas.

Antes de terminarem as inscrições, sabe-se que se inscreveram mais quatro rapazes e desistiram quatro raparigas, ficando o número de rapazes a ser o dobro do número de raparigas.



Sejam x o número de raparigas e y o número de rapazes que se inscreveram inicialmente no concurso.

Escreve um sistema de equações que permita determinar o número de rapazes e o número de raparigas que se inscreveram inicialmente no concurso “Parlamento dos Jovens”.

12. Resolve a equação seguinte.

$$(x - \sqrt{2})^2 - 2 = 0$$

FIM

Cotações (Caderno 2)

Item										
Cotações (em pontos)										
6.1.	6.2.	6.3.	6.4.	7.1.	7.2.	8.	9.1.	9.2.	9.3.	9.4.
3	6	3	6	3	6	3	6	3	6	6

Item				
Cotações (em pontos)				
10.1.	10.2.	11.	12.	Total
6	3	5	5	70

Proposta de teste de avaliação 3 – Matemática 9

Proposta de Resolução

1.1. $d = 5 \text{ m}$; $r = \frac{5}{2} \text{ m}$

$$V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^3 \approx 65,45$$

Resposta: (B)

1.2. $A = 4\pi r^2$

$$A = 4\pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \approx 78,5$$

Resposta: $A = 78,5 \text{ m}^2$

2.1. $V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3}A_b \times h$

$$\frac{1}{3} \times \frac{4 \times \cancel{2}}{\cancel{2}} \times h = 32 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{4h}{3} = 32 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{3 \times 32}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = 3 \times 8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = 24$$

Resposta: (D)

2.2. $V_{\text{prisma}} = 2 \times V_{\text{pirâmide}}$

$$\frac{4 \times 2}{2} \times h = 2 \times 32 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{2 \times 32}{4} \Leftrightarrow h = 2 \times 8 \Leftrightarrow h = 16$$

Resposta: $h = 16 \text{ cm}$

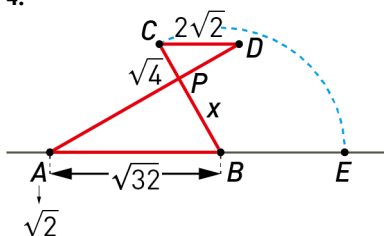
3. $\frac{10}{4} = \frac{3}{\overline{CD}} \Leftrightarrow \overline{CD} = \frac{12}{10} \Leftrightarrow \overline{CD} = 1,2$

$$V_{\text{tronco}} = V_{\text{conemaior}} - V_{\text{conemenor}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 10 - \frac{1}{3} \pi \times 1,2^2 \times \cancel{2} \Leftrightarrow V = \frac{160}{3} \pi - 1,44\pi$$

Resposta: $V \approx 163,0 \text{ m}^3$

4.



$$\sqrt{4} = 2 \quad ; \quad \frac{\sqrt{32}}{2\sqrt{2}} = \frac{x}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{32}}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow x = \sqrt{16} \Leftrightarrow x = 4 \quad ; \quad \overline{BC} = 4 + 2 = 6$$

$$E \mapsto \sqrt{2} + \sqrt{32} + 6 = \sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 6 = 5\sqrt{2} + 6$$

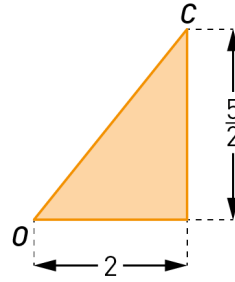
Resposta: (A)

Proposta de teste de avaliação 3 – Matemática 9

5.1. $(0,5)$ e $(4,0) \Rightarrow m = \frac{5}{-4} = -\frac{5}{4}$

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + 5$$

Resposta: (B)



5.2. $f(2) = -\frac{5}{4} \times 2 + 5 = -\frac{5}{2} + \frac{10}{2} = \frac{5}{2}$

$$\overline{OC}^2 = 2^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 4 + \frac{25}{4} = \frac{16 + 25}{4} = \frac{41}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{OC} = \frac{\sqrt{41}}{2}$$

$$Área_{\circ} = \pi \times \left(\frac{\sqrt{41}}{2}\right)^2 = \pi \times \frac{41}{4}$$

$$Área_{quarto\ de\ círculo} = \left(\pi \times \frac{41}{4} : 4\right) \text{ u.a.} = \pi \times \frac{41}{16} \text{ u.a.} \approx 8,1 \text{ u.a.}$$

Resposta: 8,1 u.a.

5.3. $g(x) = \frac{k}{x}$; $k = 2 \times 2,5 = 5$

Resposta: $g(x) = \frac{5}{x}$

6.1. Resposta: (B)

6.2. $(20 \times 10 \times 5) \text{ cm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$

6.3. $V = \frac{1}{3} \times A_b \times 10 \Leftrightarrow 120 = \frac{1}{3} \times A_b \times 10 \Leftrightarrow 120 = \frac{10}{3} \times A_b \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow A_b = 120 \times \frac{3}{10} \Leftrightarrow A_b = \frac{360}{10} \Leftrightarrow A_b = 36$$

Resposta: (C)

6.4. Como $\overline{IJ} = \frac{1}{2} \overline{MN}$, a área do quadrado [JKL] é $\frac{1}{4}$ da área do quadrado [MNOP].

$$\frac{1}{4} \times 36 = 9$$

Resposta: 9 cm²

7.1. $A = (2x+1)(2x+1) = 4x^2 + 4x + 1$

Resposta: (C)

7.2. $x(-x+1) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow -x^2 + x - \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow -4x^2 + 4x - 1 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{-8} \Leftrightarrow x = \frac{4}{8} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

8.

$$(1-x)(1+x) = m + nx - x^2$$

$$1 - x^2 = m + nx - x^2$$

Logo, $m = 1$ e $n = 0$.

Resposta: (A)

Proposta de teste de avaliação 3 – Matemática 9

9.1. $0,0048 = 4,8 \times 10^{-3}$

9.2. $2^{-11} : 2^{-4} = 2^{-7} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$

Resposta: (B)

9.3. $2^{-1} + \left(\frac{4}{3}\right)^0 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{2} + 1 - \frac{9}{4} = \frac{2}{4} + \frac{4}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{3}{4}$

9.4. $\sqrt{\frac{16}{64}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 50\%$

10.1. $1 + \frac{2x}{3} \leq 5x - \frac{23}{3} \Leftrightarrow 3 + 2x \leq 15x - 23 \Leftrightarrow 2x - 15x \leq -3 - 23 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -13x \leq -26 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$\text{Conjunto-solução} = [2, +\infty[$$

Resposta: O conjunto A representa a solução da inequação dada.

10.2. Resposta: (A)

11.
$$\begin{cases} x + y = 45 \\ y + 4 = 2(x - 4) \end{cases}$$

12. $(x - \sqrt{2})^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{2})^2 = 2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x - \sqrt{2} = \sqrt{2} \quad \vee \quad x - \sqrt{2} = -\sqrt{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 2\sqrt{2} \quad \vee \quad x = 0$$

$$\text{Conjunto-solução} = \{0, 2\sqrt{2}\}$$