Google Earth: cálculo de distâncias

A. A. Soares[1,2,3], Paula Catarino[3,4, 5], J. J. Teixeira[6]

[1] Departamento de Física-ECT/UTAD, Apartado 1013, 5001-801 Vila Real, Portugal
[2] Ciener-INEGI/UTAD, Apartado 1013, 5001-801 Vila Real, Portugal
[3] LabDCT/CIDTFF, Apartado 1013, 5001-801 Vila Real, Portugal
[4] Dep. de Matemática– ECT/UTAD, Apartado 1013, 5001-801 Vila Real, Portugal
[5] CMAT-UTAD, Apartado 1013, 5001-801 Vila Real, Portugal
[6] Agrupamento de Escolas Fernão de Magalhães, 5400-285 Chaves, Portugal
asoares@utad.pt; pcatarin@utad.pt; jjsteixeira@gmail.com

Resumo

É feita uma abordagem ao *Google Earth* como ferramenta informática que pode ser usada no ensino de coordenadas curvilíneas. Parte-se de algumas medidas genéricas de distâncias entre dois pontos sobre a superfície da Terra para prever o modelo físico-matemático usado pelo *Google Earth*. As distâncias medidas no *Google Earth* são comparadas com as distâncias obtidas com modelos geométricos da Terra aproximados por uma esfera e por um esferoide oblato. Para aferir da exatidão das medidas, os resultados obtidos com estes modelos e com o *Google Earth* são comparados com as distâncias de pistas olímpicas em estádios.

Introdução

O *Google Earth* é um programa versátil e interessante para ser usado em sala de aula. Pode ser definido como um globo virtual que inclui uma grande quantidade de informação geográfica. A possibilidade de visualização 3D de locais conhecidos dá aos alunos uma perspetiva real dos problemas estudados, que é um fator de motivação na aprendizagem das ciências. Neste trabalho, fazemos uma análise ao modelo físico-matemático utilizado pelo *Google Earth* para calcular a distância entre dois pontos na superfície da Terra. A Terra é frequentemente considerada esférica. Uma boa aproximação para a forma da Terra é a de um elipsoide oblato mas, na realidade, é uma conveniência matemática. A superfície equipotencial física da gravidade é designada de geoide e reflete a distribuição de massa no interior da Terra [1, 2]. É a superfície equipotencial que define o nível do mar e é expressa em relação ao elipsoide de referência [3]. A altura do geoide é positiva quando o geoide está acima do elipsoide e negativo quando o elipsoide está acima do geoide. Contudo, a aproximação da Terra a um elipsoide oblato de revolução (esferoide oblato) ou uma esfera são razoáveis para usar em aplicações escolares.

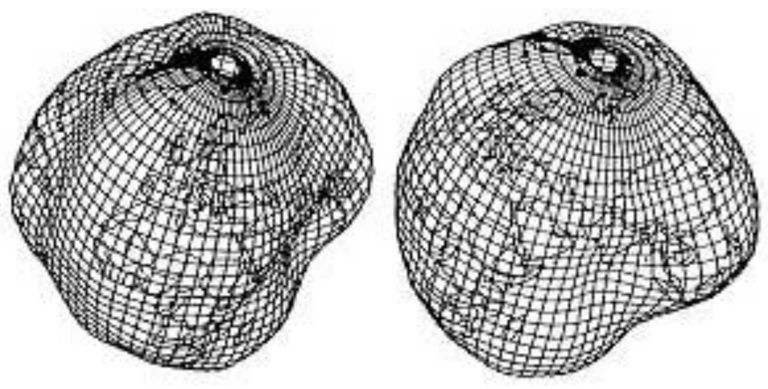


Figura 1. Vista em perspetiva do geoide.

Resultados

Elipsoide de referência [2]: o maior raio do elipsoide, a= 6378,1370 km, é o raio do equador e o menor raio de um elipsoide, c= 6356,7523 km, é a distância do centro do elipsoide até aos pólos. O achatamento do elipsoide é definido pela

$$f = \frac{a-c}{a} = \frac{1}{298,252}$$

Excentricidade

$$e = \sqrt{1-\frac{c^2}{a^2}} = \sqrt{2f-f^2}$$

Relação entre coordenadas cartesianas e esféricas

$$x = a\sin\theta\cos\lambda$$
$$y = b\sin\theta\sin\lambda$$
$$z = c\cos\theta$$

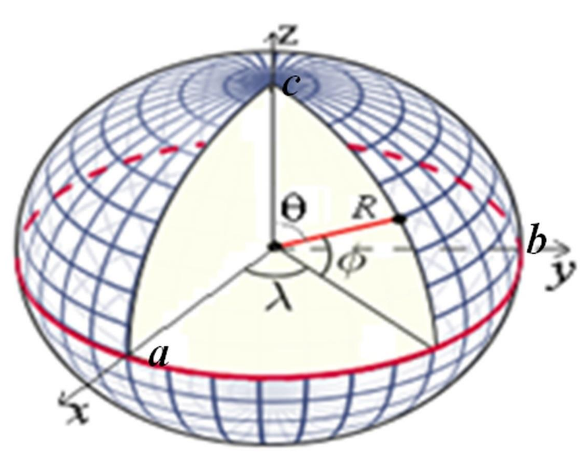


Figura 2. Coordenadas cartesianas (x, y, z) e esféricas (R, θ, λ). Latitude ϕ e longitude λ.

Se considerarmos a Terra uma esfera perfeita $a = b = c = R_T$, onde R_T é o raio da esfera equivalente, com 6371,0072 *km* [4]. R_T é o raio de uma esfera perfeita hipotética que tem a mesma área de superfície do elipsoide de referência (figura 2).

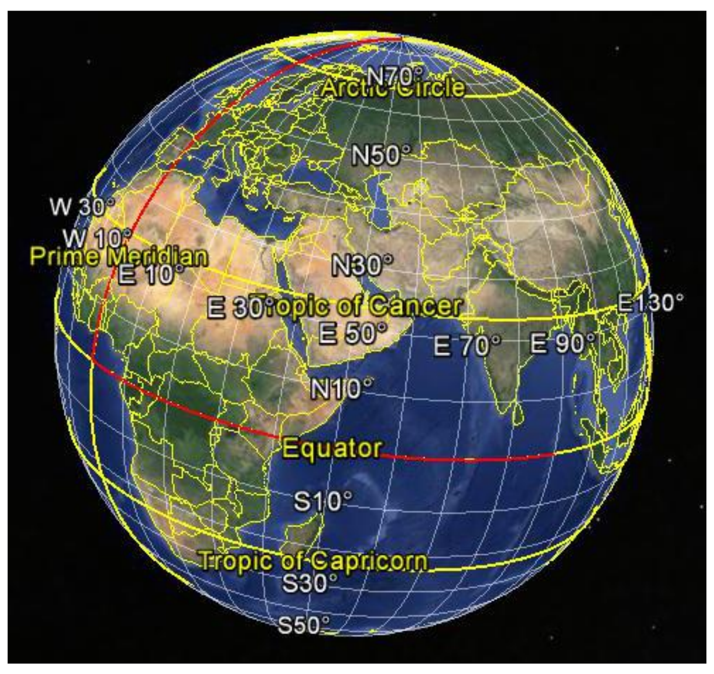
➢ Comprimento de um arco sobre o meridiano de Greenwich (modelo do elipsoide)

Conhecendo a e e determina-se o comprimento do arco sobre o meridiano através da equação [5]

$$L \approx \frac{\theta}{2} a\left(2 - \frac{e^2}{2} - \frac{3e^4}{32} - \frac{5e^6}{128}\right)$$

Para um quarto do meridiano obtém-se o valor de 10001,97 *km*. No *Google Earth* o valor medido é 10003,28 *km*.

Figura 3. Imagem do Google Earth com um quarto do comprimento do círculo do Equador definido pelas coordenadas geográficas (0º00'00.07''N; 0º00'00.35''E) e (0º00'00.07''N; 90º00'00.16''E) com 10018,75 km e um quarto do comprimento do meridiano de Greenwich definido por coordenadas (0º 00'00.15''N; 0º 00'00.40''E) e (89º 59'17.50''N; 179º59'22.66''E) com 10003,28 km (linhas vermelhas).



➢ Comprimento do arco entre dois pontos (Modelo esférico)

Tendo em conta dois pontos (P_1 e P_2) na superfície de Terra, definem-se os vetores $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ com origem no centro da Terra. O ângulo β entre eles é dado por

$$\cos(\beta) = \frac{\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2}{R_{T+h}^2}$$

para distâncias $\overline{P_1P_2} \ll R_{T+h}$

temos $\overline{P_1P_2} \approx ds = R_{T+h}\,\beta$

R_{T+h} é raio da esfera equivalente mais a altura (h) de P_1 e P_2 relativamente ao nível médio da água do mar.

Na tabela são apresentadas algumas medidas de pistas olímpicas de 100 m feitas no *Google Earth* e comparadas com o valor obtido a partir das coordenadas geográficas, usando o modelo esférico da Terra.

		Estadio Olimpico de MontJuic, Espanha (h = 87 m)		Sydney Olympic Park, Austrália (h = 15 m)		York Lions Stadium, Canadá (h = 212 m)	
		P_1	P_2	P_1	P_2	P_1	P_2
Modelo esférico	**Latitude**	41º21'51,58''N	41º21'55,02''N	33º50'59,33''S	33º50'02,52''S	43º46'28,53''N	43º46'28,53''N
	Longitude	02º09'18,67''E	02º09'18,75''E	151º03'50,58''E	151º03'49,89''E	79º30'24,22''W	79º30'24,22''W
	P_1P_2(m)	**100,094**		**100,102**		**99,903**	
Google Earth	**P_1P_2(m)**	**100,08**		**100,07**		**100,03**	

Conclusões

- O trabalho apresentado poderá ser uma boa estratégia para o ensino das coordenadas curvilíneas aos alunos dos primeiros anos do ensino superior. Com estes exemplos os alunos podem melhorar os seus conhecimentos e aplicá-los num caso real.
- Este tipo de problema pode ser usado em projetos de ciências com exatidões inferiores a 1%.

Referências: [1] http://www.soest.hawaii.edu/GG/FACULTY/conrad/classes/GG612_S11/Lecture_03.pdf. Accessed April 2016. [2] Chambat, F., Ricard, Y. & Valette. B. (2010). Flattening of the Earth: further from hydrostaticity than previously estimated. *Geophys. J. Int*. 183, pp. 727-732. [3] Torge, W. (2001). *Geodesy* (3rd ed.). Berlin: Walter de Gruyter. [4] International Organization for Standardization, Geographic information — Spatial referencing by coordinates. ISO/FDIS 19111:2002.[5] Soares A. Catarino P. Teaching curvilinear coordinates with google earth. EDULEARN16 Proceedings, (pp. 1261-1266), 2016.