

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 5

1.º Período 12/11/14 Duração: 90 minutos
Nome: N.º:
Classificação: O professor:

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correcta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Uma equipa da Unidade de Intervenção em Psicologia do ISPA, chegou à conclusão que 73,3% dos jovens entre os 14 e os 25 anos apresentam sintomas de viciação na Internet. Destes, 13% exibem níveis severos de dependência, que se manifestam através dos comportamentos mais extremos descritos pelos pais e referidos pelos investigadores. Sabe-se que foram inquiridos 900 jovens para este estudo. Aproximadamente quantos deles manifestam níveis severos de dependência?
- (A) 660 (B) 540 (C) 86 (D) 60

2. Na figura ao lado encontra-se, num referencial o.n. $Oxyz$, a pirâmide oblíqua quadrangular $[OPQRV]$

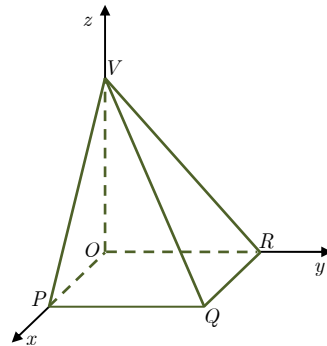
Sabe-se que:

- A base $[OPQR]$ da pirâmide pertence ao plano xOy
- O vértice P pertence ao eixo Ox
- O vértice R pertence ao eixo Oy
- O vértice V pertence ao eixo Oz

Escolhem-se, aleatoriamente, duas quaisquer arestas do prisma.

Qual é a probabilidade de essas arestas serem ambas perpendiculares ao plano xOy ?

- (A) 0 (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

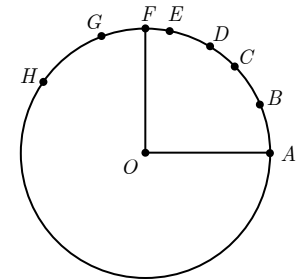


3. Qual dos números seguintes é também igual a $\frac{2014!}{2015 A_{2014}}$?

- (A) $\frac{1}{2012}$ (B) $\frac{1}{2013}$ (C) $\frac{1}{2014}$ (D) $\frac{1}{2015}$

4. Considere, ao lado, a circunferência de centro em O . Tal como a figura sugere:

- A, B, C, D, E, F, G e H são pontos da circunferência;
- O ângulo AOF é reto;
- Os pontos B, C, D e E estão no arco AF , os outros estão fora desse arco;



Escolhem-se dois vetores distintos ao acaso, \vec{u} e \vec{v} , ambos com origem em O e extremidade num dos outros pontos dados.

Considere os acontecimentos:

X : « $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$ »

Y : « O produto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$ é negativo »

Qual é o valor de $P(Y | X)$?

- (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{4}{7}$

5. “O cabelo tinha-lhe crescido até à cintura e o seu sorriso, o sorriso de rebuçado que ela tinha beijado na Catedral de Toledo, aparecia sulcado de dentes triangulares e serrilhados como os que tinha visto em alguns peixes do alto mar a agütares a cauda na lota dos pescadores.”

A SOMBRA DO VENTO, Carlos Ruiz Zafón

Numa certa linha n do triângulo de Pascal, sabe-se que o maior número é $\frac{n!}{(8!)^2}$. Quantos elementos tem essa linha?

- (A) 17 (B) 16 (C) 9 (D) 8

6. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis e independentes de um espaço de resultados Ω . Sabe-se que:

- $P(A) = 0,1$
- $P(B) = 0,2$

Qual é o valor de $P(\overline{A \cup B})$?

- (A) 0,21 (B) 0,32 (C) 0,72 (D) 0,83

Grupo II

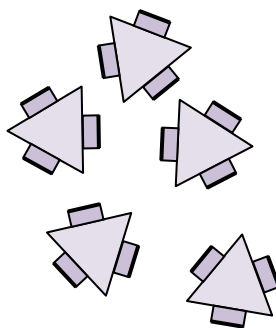
Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Numa sala de um cinema há uma fila com 14 cadeiras, lado a lado, numeradas de 1 a 14.
 - 1.1. Numa das sessões de um filme, vão sentar-se 12 pessoas nessas 14 cadeiras, 5 dos quais fazendo parte de uma família.
De quantas maneiras é possível eles se sentarem se os 5 familiares quiserem ficar juntos?
 - 1.2. Admita agora que se vão sentar 14 pessoas nas 14 cadeiras, 8 dos quais homens.
Considere os acontecimentos:
 A : «Nas cadeiras de 2 a 13, duas pessoas do mesmo sexo não ficam juntas»
 B : «Nas cadeiras 1 e 14 ficam homens»

 Determine $P(A | B)$
 Apresente o resultado na forma de dízima com cinco casas decimais.

2. Na cantina de uma escola, as mesas são triangulares e cada uma tem três cadeiras (cada pessoa senta-se numa só cadeira).
 - 2.1. Numa das mesas, um dos lugares é muito procurado por ter uma boa vista.
Um grupo de 8 alunos dirige-se para essa mesa. De quantas maneiras podem eles ficar sentados nela?



- 2.2. Considere agora um grupo de n alunos e um professor que se dirige para uma das mesas ($n > 1$).
Ao acaso, três dessas pessoas sentam-se na mesa.
Mostre que a probabilidade de o professor ser um dos que está na mesa é $\frac{3}{n+1}$
- 2.3. A cantina tem 10 mesas triangulares. Num certo instante, 30 alunos vão se sentar nas 30 cadeiras para almoçar.
A Lubélia, o Natálio e a Tatiana são amigos e fazem parte desses 30 alunos.
Qual é a probabilidade de eles ocuparem a mesma mesa?
Apresentam-se, em seguida, duas respostas corretas.

Resposta I: $\frac{10}{{}_{30}C_3}$

Resposta II: $\frac{3! \times 27! \times 10}{30!}$

Numa composição, apresente os raciocínios que conduzem a cada uma dessas respostas.

3. Seja $D = (x^2 + k)^{10}$, sendo k um número positivo.

- 3.1. Os coeficientes do desenvolvimento de D utilizam os elementos de uma certa linha do triângulo de Pascal. Ao escolher, ao acaso, dois elementos quaisquer da linha **seguinte**, qual é a probabilidade de eles serem diferentes?
- 3.2. Um dos termos do desenvolvimento de D é igual a $90x^{16}$
Determine o valor de k
- 3.3. Num saco alguns cartões indistinguíveis ao tato, cada um deles inscrito com cada um dos termos do desenvolvimento de D
Extraem-se, ao acaso, quatro cartões do saco, um a um, **com** reposição.
Qual é a probabilidade de apenas um dos cartões extraídos ter o termo independente de x ?
Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: 5	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0	
Grupo II (170 pontos)	1.....35 1.1.....15 1.2.....20	2.....65 2.1.....15 2.2.....25 2.3.....25	3.....70 3.1.....20 3.2.....25 3.3.....25