

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 5

1.º Período 15/10/14 Duração: 90 minutos
 Nome: N.º:
 Classificação: O professor:

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correcta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Considere a experiência de se lançarem, uma vez, dois dados cúbicos equilibrados, A e B. Sabe-se que:
- no dado A há duas faces com o número 0 e quatro com o número 1;
 - as faces do dado B contêm apenas números naturais;
 - nesta experiência, os produtos possíveis são 0, 1, 2, e 3
- Qual é a probabilidade de sair um produto igual a 0 ?
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$
2. Segundo os dados de 2013 do portal Pordata, sabe-se que:
- 34,7% dos portugueses gozaram um período de férias em Portugal (e alguns destes também no estrangeiro);
 - 8,2% dos portugueses gozaram um período de férias no estrangeiro (e alguns destes também em Portugal);
 - 61,9% dos portugueses não tiveram férias.
- Qual foi a percentagem de portugueses que gozaram um período de férias **apenas** em Portugal?
- (A) 22,1% (B) 26,5% (C) 27,2% (D) 29,9%
3. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B os acontecimentos elementares dessa experiência. Então, $P(\overline{A \cap B})$ é, com toda a certeza, igual a:
- (A) $P(A) + P(B)$ (B) $P(A) - P(B)$ (C) $P(A)$ (D) $P(B)$

4. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis de um espaço de resultados Ω tais que:
- $$P(A | B) = 0,9 = P(B)$$
- Qual é o valor de $P(\overline{A \cap B})$?
- (A) 0,19 (B) 0,37 (C) 0,65 (D) 0,81

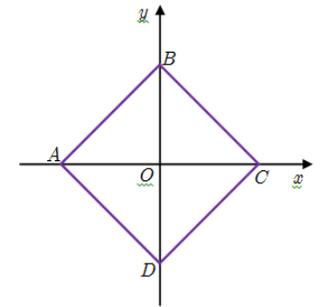
5. “A secção masculina da mesquita era uma enorme sala quadrada, coberta com tapetes afegãos e colchões delgados dispostos em filas paralelas.”

O MENINO DE CABUL, Khaled Hosseini

A figura do lado representa um quadrado centrado na origem de um referencial o.n. xOy

Tal como sugere essa figura, os vértices do quadrado pertencem aos eixos coordenados.

Ao escolher, ao acaso, dois vértices do quadrado, qual é a probabilidade de eles definirem uma reta paralela a uma das bissetrizes (dos quadrantes pares ou ímpares)?



- (A) 0 (B) $\frac{1}{3}$
 (C) $\frac{2}{3}$ (D) 1
6. Até 28 de Setembro de 2014 já foram descobertos 1822 exoplanetas (planetas fora do nosso sistema solar). Sabe-se que aproximadamente 0,8% desses exoplanetas se situam na zona habitável da sua estrela (isto é, numa zona nem demasiado quente nem demasiado fria para sustentar a vida). Escolhem-se dois exoplanetas ao acaso para um estudo. Qual é a probabilidade (arredondada às milésimas) de apenas um deles se situar na zona habitável da sua estrela?
- (A) 0,064 (B) 0,048 (C) 0,032 (D) 0,016



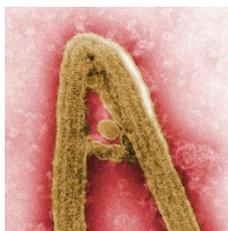
Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. O ébola é um vírus que tem por característica a ocorrência de febre hemorrágica.

Se um indivíduo for contagiado com esse vírus, a probabilidade de sobrevivência é igual a 10% se não for inoculado com uma vacina experimental; se for inoculado com essa vacina, estima-se que a probabilidade de sobreviver é 75%



Admita que, numa dada aldeia da Serra Leoa, 1 em cada 5 dos habitantes foram vacinados. Admita também que se escolhe um qualquer habitante dessa aldeia.

- 1.1. Considere os seguintes acontecimentos:

A – “O habitante da aldeia foi vacinado e está infetado com o vírus do ébola”

B – “O habitante da aldeia não foi vacinado e está infetado com o vírus do ébola”

Os acontecimentos A e B são contrários? Justifique a resposta.

- 1.2. Suponha agora que o habitante escolhido **não sobreviveu** ao vírus do ébola.

Qual é a probabilidade de ele ter sido vacinado?

2. 2.1. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos de Ω , ambos com probabilidade não nula e tais que

$$P(A | B) = P(B)$$

Mostre que

$$P(A \cup \bar{B}) = 1 - P(B) + (P(B))^2$$

- 2.2. Num instituto para a ciência, trabalham vários cientistas. Sabe-se que:

- 58% dos cientistas são portugueses;
- 40% são cientistas da área da saúde;
- em cada 5 cientistas da área da saúde, 2 são portugueses.

Escolhe-se, ao acaso, um cientista do instituto.

Qual é a probabilidade de ele ser português ou não ser da área da saúde?

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade referida em 2.1. Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B , no contexto da situação apresentada.

3. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

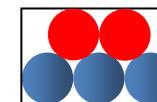
- $P(A) = 0,3$
- $P(\bar{A} \cap B) = 0,2$

Sabe-se que os acontecimentos $B | A$ e $\bar{B} | A$ são equiprováveis.

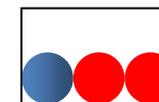
- 3.1. Mostre que $P(B) = 0,35$

- 3.2. Averigüe se os acontecimentos A e B são independentes.

4. Ao lado estão esquematizadas duas caixas, I e II, ambas com bolas indistinguíveis ao tato.



Caixa I



Caixa II

A caixa I contém três bolas azuis e duas vermelhas; a caixa II contém uma bola azul e também duas vermelhas.

- 4.1. Considere a experiência de se extrair uma bola ao acaso de cada caixa.

Qual é a probabilidade de as bolas serem ambas da mesma cor?

- 4.2. Tira-se agora, ao acaso, uma bola da caixa I. Se for vermelha, volta-se a tirar uma bola da caixa I (sem repor a primeira); caso contrário, tira-se, ao acaso, uma bola da caixa II.

Considere os seguintes acontecimentos:

A_1 : «Sai uma bola azul na primeira extração»

A_2 : «Sai uma bola azul na segunda extração»

Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de $P(A_2 | \bar{A}_1)$. Numa pequena composição, justifique o seu raciocínio, começando por explicar o significado de $P(A_2 | \bar{A}_1)$, no contexto da situação descrita,

- 4.3. Considere que se introduziram n bolas azuis na caixa I e ficou-se a saber que, ao tirar, ao acaso, duas bolas dessa caixa, a probabilidade de serem ambas vermelhas é igual a

$$\frac{1}{378}. \text{ Quantas bolas azuis foram acrescentadas?}$$

FIM

COTAÇÕES

| | | |
|-------------------------------|------------------------|---|
| Grupo I (30 pontos) | Cada resposta certa: 5 | Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0 |
|-------------------------------|------------------------|---|

| | | | | |
|---------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--|
| Grupo II (170 pontos) | 1.....31 1.1.....10 1.2.....21 | 2.....42 2.1.....21 2.2.....21 | 3.....34 3.1.....21 3.2.....13 | 4.....63 4.1.....21 4.2.....21 4.3.....21 |
|---------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--|