Avaliação diagnóstica – MATEMÁTICA A 10.º ANO

Nome: ____ **Turma:** ____ **N.º** ____ **Data:** ___/___/___

Classificação: ___________________________ **Prof.:** _________________ **Enc. Ed.:** _________________

TEMAS: Números e operações e Álgebra

1. Qual é a solução, em $\mathbb{Z}$, da equação $2x-2=3x-1$?

(A) -3 **(B)** -1 **(C)** 1 **(D)** 3

2. Qual é o conjunto solução, em $\mathbb{Q}$, da equação $x^2-9=0$?

(A) $\{\ \}$ **(B)** $\{3\}$ **(C)** $\{-3\}$ **(D)** $\{-3,3\}$

3. Admite que a Terra tem forma esférica, com raio igual a 6400 km .

Qual é, de entre as expressões seguintes, a melhor aproximação do volume da Terra, em km^3 ?

(A) $1,098\times10^{12}$ **(B)** $1,098\times10^{6}$ **(C)** $1,280\times10^{4}$ **(D)** $6,400\times10^{3}$

4. Seja n o **maior** número natural tal que $\left]-\infty;\sqrt{n}\right[\cap\left]9;+\infty\right[$ contém exatamente um único número inteiro. Qual é o valor de n ?

5. Escreve o número $\dfrac{3^{10}}{(-6)^4\times36^3}$ na forma de uma potência de base 2 .

Mostra como chegaste à tua resposta.

Carlos Andrade | José Carlos Pereira | Pedro Pimenta | Simone Azevedo

6. Resolve a inequação seguinte.

$$\frac{2-x}{3}-2(x+1)<-x$$

Apresenta o conjunto solução sob a forma de um intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

7. Numa loja de chocolates, vendem-se trufas de chocolate de vários sabores.

Num dia, o Tiago comprou 4 trufas de café e 3 trufas de laranja, tendo pago $6{,}80$ euros.

No dia seguinte, as trufas ficaram com uma promoção de $20\ \%$ e o Pedro comprou 6 trufas de café e 6 trufas de laranja, tendo pago $9{,}60$ euros.

Determina o preço de uma trufa de café e o preço de uma trufa de laranja, sem promoção.

8. Considera a equação seguinte, em que k é um número real.

$$(x-1)^2+kx+2=0$$

8.1. Esta equação é equivalente à equação $x^2-4x+3=0$. Qual é o valor de k ?

(A) 2 **(B)** 4 **(C)** -2 **(D)** -4

8.2. Determina o conjunto solução da equação $x^2-4x+3=0$.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

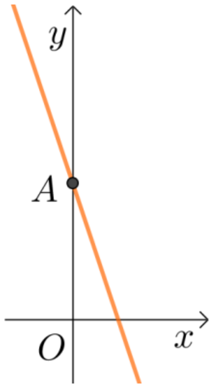
TEMA: Funções

9. Considera a função linear definida por $f(x)=3x$.

Qual é o objeto que tem imagem 15?

(A) 5 **(B)** 12 **(C)** 18 **(D)** 45

10. Na figura ao lado está representada, em referencial ortogonal e monométrico Oxy, a reta de equação $y=-3x+2$.



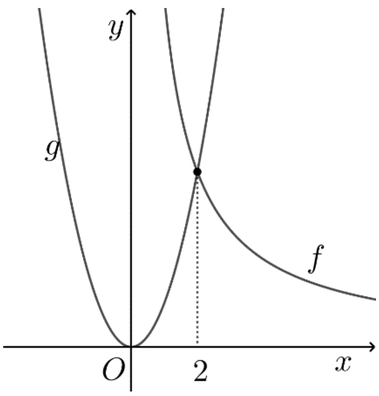
O ponto A é o ponto de interseção da reta e do eixo das ordenadas.

Quais são as coordenadas do ponto A?

(A) $(2,0)$ **(C)** $(-3,2)$

(B) $(0,2)$ **(D)** $(0,3)$

11. Na figura estão representadas, em referencial cartesiano de origem O, a função de proporcionalidade inversa f e a função quadrática g.



Sabe-se que:

- a função g é definida por $g(x)=3x^2$;
- os gráficos das funções f e g intersetam-se no ponto de abcissa 2.

Determina $f(6)$.

Mostra como chegaste à tua resposta.

12. Na figura está representada a reta r, em referencial ortogonal e monométrico de origem O, e assinalados os pontos P e Q, pontos de interseção da reta com os eixos coordenados.

A unidade do referencial é o centímetro.

Para um valor de a, não nulo, a expressão $y = ax + 4$ é uma equação da reta r.

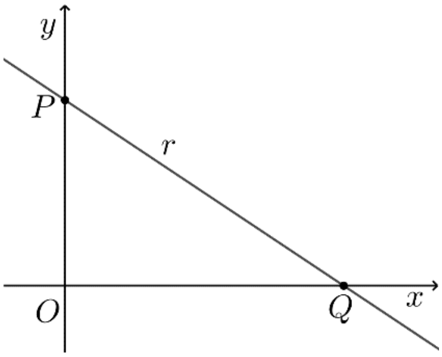
Admite que o triângulo $[POQ]$ tem $12\,\text{cm}^2$ de área.

Determina o valor de a.

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Sugestão: Começa por determinar $\overline{OQ}$.

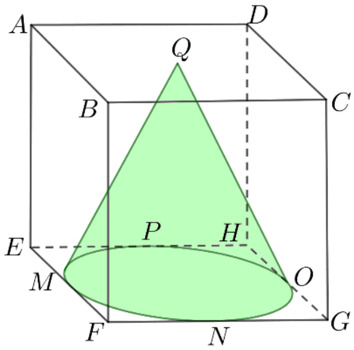


TEMA: Geometria

13. Na figura estão representados o cubo $[ABCDEFGH]$ e um cone.

Sabe-se que:

- o vértice do cone é o centro da face $[ABCD]$;
- a base do cone é o círculo inscrito na face $[EFGH]$;
- os pontos M, N, O e P são os pontos médios das arestas da face $[EFGH]$;
- a diagonal facial do cubo mede $\sqrt{128}$ cm.



13.1. Qual é a posição da reta MQ relativamente ao plano DCG?

(A) Perpendicular.

(B) Estritamente paralela.

(C) Secante não perpendicular.

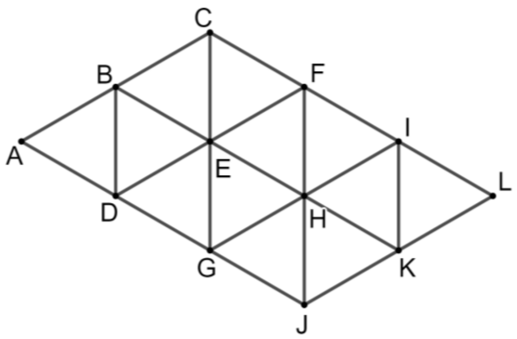
(D) Contida.

13.2. Determina o volume do cone. Apresenta o resultado em cm^3, arredondado às unidades.

Se procederes a arredondamentos em cálculos intermédios conserva, pelo menos, três casas decimais.

Mostra como chegaste à tua resposta.

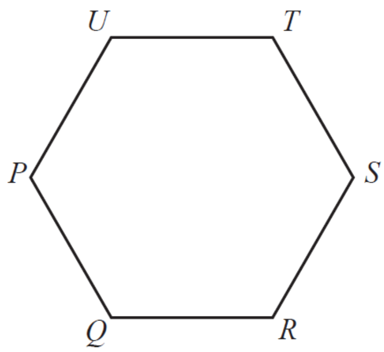
14. A figura seguinte é formada por triângulos equiláteros, geometricamente iguais.



Completa a seguinte igualdade de modo a torná-la verdadeira.

$$\_\_\_\_\_ + \overrightarrow{BC} = H$$

15. Considera o hexágono regular $[PQRSTU]$ representado ao lado.



Qual dos seguintes vetores é igual a $\overrightarrow{UT} + \overrightarrow{SQ}$?

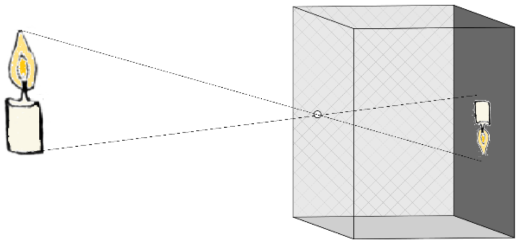
(A) $\overrightarrow{UP}$

(B) $\overrightarrow{UQ}$

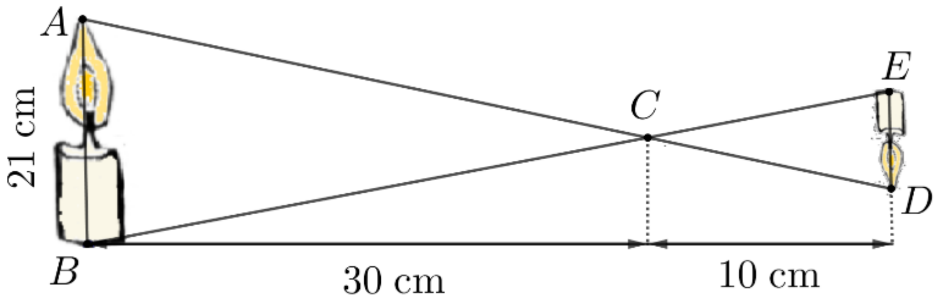
(C) $\overrightarrow{SU}$

(D) $\overrightarrow{ST}$

16. Uma câmara escura consiste numa caixa com um orifício numa das faces. A luz, refletida por um objeto fora da caixa, entra nesse orifício, atravessa a caixa e forma uma imagem invertida do objeto, na face oposta, como se ilustra na figura seguinte.



O esquema seguinte representa a situação.



Relativamente a este esquema, sabe-se que $AB // ED$.

16.1. Justifica que os triângulos $[ABC]$ e $[DEC]$ são semelhantes.

16.2. Qual é a altura, em cm, da imagem da vela, representada por $\overline{ED}$?

Mostra como chegaste à tua resposta.

FIM

COTAÇÕES

Números e operações e Álgebra									Funções				Geometria					
1	2	3	4	5	6	7	8.1	8.2	9	10	11	12	13.1	13.2	14	15	16.1	16.2
4	4	4	5	6	6	8	4	6	4	4	8	8	4	7	4	4	5	5

Carlos Andrade | José Carlos Pereira | Pedro Pimenta | Simone Azevedo

Propostas de resolução e de distribuição de pontuações

Apresentam-se, a seguir, propostas de resolução das tarefas de diagnóstico, assim como as respetivas propostas de pontuações dos passos dessas resoluções. Compara o teu trabalho com as resoluções apresentadas e procede à autoavaliação, atribuindo os pontos relativos às tuas resoluções. Em alguns casos, podes ter apresentado resoluções alternativas, mas também corretas, pelo que as deves pontuar de forma equivalente.

Em casos de dúvida, consulta o(a) teu(tua) professor(a).

TEMAS: Números e operações e Álgebra

1. (B) [4 pontos]

2. (D) [4 pontos]

3. (A) [4 pontos]

4. [5 pontos]

Responde «121» ou «11^2»	(5 pontos)
Responde um número natural compreendido entre 101 e 120 (inclusive)	(3 pontos)
Responde «100» ou «10^2»	(1 ponto)

5. [6 pontos]

$$\frac{3^{10}}{(-6)^4\times 36^3}=\frac{3^{10}}{6^4\times\left(6^2\right)^3} \quad (1\text{ ponto})$$

$$=\frac{3^{10}}{6^4\times 6^6}= \quad (1\text{ ponto})$$

$$=\frac{3^{10}}{6^{10}}= \quad (1\text{ ponto})$$

$$=\left(\frac{3}{6}\right)^{10}= \quad (1\text{ ponto})$$

$$=\left(\frac{1}{2}\right)^{10}= \quad (1\text{ ponto})$$

$$=2^{-10} \quad (1\text{ ponto})$$

6. [6 pontos]

$$\frac{2-x}{3}-2(x+1)<-x$$

$\Leftrightarrow \frac{2-x}{3}-2x-2<-x$ (1 ponto)

$\Leftrightarrow 2-x-6x-6<-3x$ (1 ponto)

$\Leftrightarrow -4x<4$ (2 pontos)

$\Leftrightarrow x>-1$ (1 ponto)

$]-1;+\infty[$ (1 ponto)

7. [8 pontos]

Sejam x o preço de uma trufa de café e y o preço de uma trufa de laranja.

O sistema que traduz a situação é $\begin{cases} 4x+3y=6,80 \\ 6\times 0,8x+6\times 0,8y=9,60 \end{cases}$ (3 pontos)

$$\begin{cases} 4x+3y=6,80 \\ 6\times 0,8x+6\times 0,8y=9,60 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+3y=6,80 \\ 4,8x+4,8y=9,60 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+3y=6,80 \\ x+y=2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ x=2-y \end{cases}$ (1 ponto)(i)

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4\times(2-y)+3y=6,80 \\ \_\_\_\_\_\_\_\_ \end{cases}$ (1 ponto)(ii)

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=1,2 \\ \_\_\_\_\_\_\_\_ \end{cases}$ (1 ponto)(iii)

$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ x=0,8 \end{cases}$ (1 ponto)(iv)

NOTAS:

(i) Resolver uma das equações em ordem a uma das incógnitas.

(ii) Substituir, na outra equação, a incógnita escolhida em (i) pela respetiva expressão.

(iii) Determinar o valor da incógnita da equação a que se refere (ii).

(iv) Determinar o valor da incógnita escolhida em (i).

Uma trufa de café custa $0,80$ euros e uma trufa de laranja custa $1,20$ euros. (1 ponto)

8.1 (C) [4 pontos]

8.2 [6 pontos]

Fórmula resolvente: $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ (1 ponto)

Na equação $x^2-4x+3=0$, tem-se que $a=1$, $b=-4$ e $c=3$ (1 ponto)

$x=\dfrac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times3}}{2\times1}$ (1 ponto)

$\Leftrightarrow x=\dfrac{4\pm\sqrt{4}}{2}$ (1 ponto)

$\Leftrightarrow x=\dfrac{4\pm2}{2}$ (1 ponto)

$\Leftrightarrow x=1 \vee x=3$ (1 ponto)

TEMA: Funções

9. (A) [4 pontos]

10. (B) [4 pontos]

11. [8 pontos]

$g(2)=3\times 2^2=12$, logo $f(2)=12$. (2 pontos)

Como f é uma função de proporcionalidade inversa, $6\times f(6)=2\times f(2)$. (3 pontos)

$6\times f(6)=2\times 12$ (1 ponto)

$\Leftrightarrow f(6)=\dfrac{2\times 12}{6}$ (1 ponto)

$\Leftrightarrow f(6)=4$ (1 ponto)

12. [8 pontos]

O ponto P tem ordenada 4, logo $\overline{OP}=4$. (2 pontos)

$\text{Área}_{[POQ]}=\dfrac{\overline{OQ}\times\overline{OP}}{2} \quad \Leftrightarrow 12=\dfrac{\overline{OQ}\times 4}{2}$ (1 ponto)

$\Leftrightarrow \overline{OQ}=\dfrac{24}{4} \Leftrightarrow \overline{OQ}=6$ (1 ponto)

O ponto Q tem coordenadas $(6,0)$ e pertence à reta r. Substituindo na equação desta reta:

$0=a\times 6+4$ (2 pontos)

$\Leftrightarrow 6a=-4$ (1 ponto)

$\Leftrightarrow a=-\dfrac{4}{6} \Leftrightarrow a=-\dfrac{2}{3}$ (1 ponto)

TEMA: Geometria

13.1 (C) [4 pontos]

13.2 [7 pontos]

Seja a a aresta do cubo. Tem-se que:

$a^2 + a^2 = \sqrt{128}^2$ (2 pontos)

$\Leftrightarrow 2a^2 = 128 \Leftrightarrow a^2 = 64$ (1 ponto)

$\underset{a>0}{\Leftrightarrow} a = \sqrt{64} \Leftrightarrow a = 8$ (1 ponto)

$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

O raio da base do cone é metade da aresta do cubo e a altura do cone é igual a essa aresta.

$\text{Área da base} = \pi \times \text{raio}^2 = \pi \times 4^2 = 16\pi$ (2 pontos)

Logo, $V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \times 16\pi \times 8 \approx 134\,\text{cm}^3$ (1 ponto)

14. G [4 pontos]

15. (A) [4 pontos]

16.1 [5 pontos]

$ACB = ECD$, pois são ângulos verticalmente opostos. (2 pontos)

$ABC = CED$, pois são ângulos alternos internos. (2 pontos)

Pelo critério Ângulo – Ângulo, os triângulos são semelhantes. (1 ponto)

16.2 [5 pontos]

$\frac{21}{\overline{ED}} = \frac{30}{10}$ (3 pontos)

$\Leftrightarrow \overline{ED} = \frac{21 \times 10}{30}$ (1 ponto)

$\Leftrightarrow \overline{ED} = 7$ cm (1 ponto)

A imagem da vela tem 7 cm de altura.