BANCO DE QUESTÕES – MATEMÁTICA A 10.º ANO

***Além das AE**

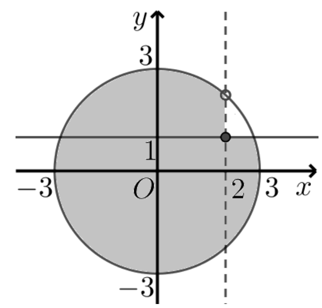
DOMÍNIO: Geometria analítica

1. Para um certo valor de k real, o ponto de coordenadas $(-2,\ k-4)$ pertence à reta que contém as bissetrizes dos quadrantes pares.

Qual é esse valor de k ?

(A) 2 **(B)** -2 **(C)** 6 **(D)** -6

2. Qual das condições seguintes define analiticamente o conjunto de pontos representado a sombreado na figura ao lado?



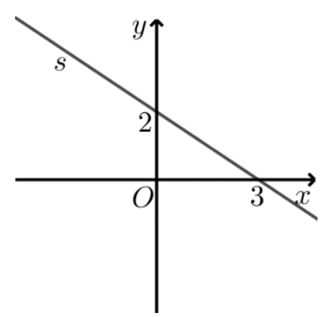
(A) $x^2+y^2\le 9 \wedge (x<2 \vee y\le 1)$

(B) $x^2+y^2\le 9 \vee (x<2 \wedge y\le 1)$

(C) $x^2+y^2\le 3 \wedge (x<2 \vee y\le 1)$

(D) $x^2+y^2\le 9 \vee (x\le 1 \wedge y<2)$

3. A reta r é paralela à reta s, representada na figura ao lado, em referencial o.n. do plano, e passa no ponto de coordenadas $(3,\ 1)$.



Qual das seguintes é uma equação vetorial da reta r ?

(A) $(x,y)=(3,1)+k(3,2),\ k\in\mathbb{R}$

(B) $(x,y)=(0,3)+k(3,-2),\ k\in\mathbb{R}$

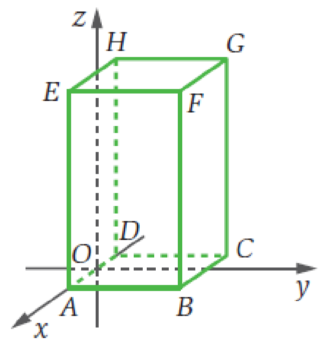
(C) $(x,y)=(0,1)+k(-3,2),\ k\in\mathbb{R}$

(D) $(x,y)=(3,1)+k(2,-3),\ k\in\mathbb{R}$

Carlos Andrade, Pedro Pimenta e Simone Azevedo

Mat^Power • Matemática A 10.º ano

4. No referencial o.n. do espaço da figura ao lado, está representado o prisma reto $[ABCDEFGH]$, de bases quadradas paralelas ao plano xOy. As coordenadas dos vértices A, B e G são, respetivamente, $(3,0,0)$, $(3,6,0)$ e $(-3,6,12)$.



Qual é a reta de interseção dos planos de equações $x=-3$ e $y=0$?

(A) AD **(C)** DH

(B) CD **(D)** EH

5. Num referencial o.n. do espaço, quatro das faces de um cubo estão contidas nos planos de equações $x=-1$, $x=7$, $y=-2$ e $z=3$, respetivamente.

Quais das equações seguintes podem definir os planos que contêm as outras duas faces do cubo?

(A) $y=-10$ e $z=5$ **(C)** $y=-6$ e $z=11$

(B) $y=10$ e $z=11$ **(D)** $y=6$ e $z=-5$

6. Num referencial o.n. do espaço, considera os pontos $A(-1,-3,0)$ e $B(-1,1,0)$.

Uma condição que define o plano mediador do segmento de reta $[AB]$ é:

(A) $x=-1 \wedge z=0$ **(C)** $y=-1$

(B) $x=-1 \wedge y=-1$ **(D)** $x=-1$

7. Num referencial o.n. do espaço, o ponto C tem coordenadas $(-2,3,-3)$.

A superfície esférica de centro no ponto C que é tangente ao plano coordenado yOz pode ser definida pela condição:

(A) $(x+2)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=4$

(B) $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=4$

(C) $(x+2)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=9$

(D) $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=9$

8. Qual das equações seguintes define, num referencial o.n. do espaço, uma reta perpendicular ao plano coordenado xOz?

(A) $(x, y, z) = (0,1,0) + k(1,0,1),\ k \in \mathbb{R}$

(B) $(x, y, z) = (0,1,1) + k(1,0,0),\ k \in \mathbb{R}$

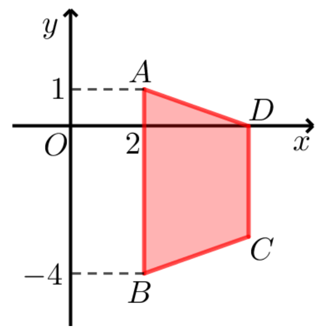
(C) $(x, y, z) = (1,0,1) + k(0,1,0),\ k \in \mathbb{R}$

(D) $(x, y, z) = (1,1,0) + k(0,0,1),\ k \in \mathbb{R}$

9. Determina o raio e as coordenadas do centro da circunferência definida, num referencial o.n. do plano, por:

$$2x^2 - 12x + 2y^2 + 16y = -46$$

10. No referencial o.n. Oxy da figura, está representado o trapézio isósceles $[ABCD]$ de bases $[AB]$ e $[CD]$.



Sabe-se que:

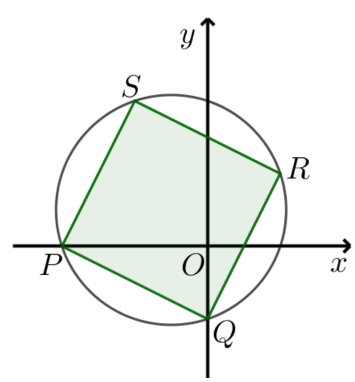
- $A(2, 1)$ e $B(2, -4)$;
- o vértice D pertence ao semieixo positivo das abcissas;
- $\overline{AD} = 3$.

10.1 Escreve uma equação que defina analiticamente a reta AB.

10.2 Escreve uma condição que defina analiticamente o interior da circunferência de centro no vértice B e que passa no vértice C.

10.3 Determina as coordenadas dos vértices C e D.

11. No referencial o.n. Oxy da figura está representado o quadrado $[PQRS]$, inscrito numa circunferência. As coordenadas dos vértices P, Q e R são, respetivamente, $(-4, 0)$, $(0, -2)$ e $(2, 2)$.



11.1 Determina a área do quadrado $[PQRS]$.

11.2 Determina as coordenadas do vértice S.

11.3 Determina a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[PQ]$.

11.4 Determina a equação reduzida da reta PQ.

11.5 Determina a equação reduzida da circunferência.

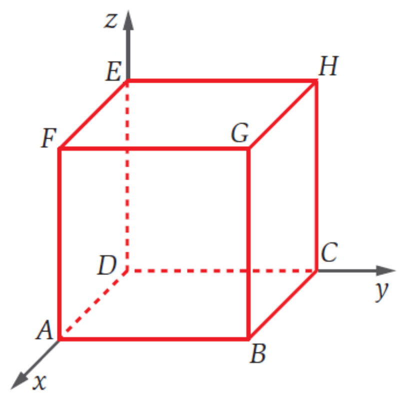
11.6 Determina as coordenadas do ponto T, do 4.º quadrante, tal que $\overline{TQ} = \overline{TR} = 5$.

12. Considera, num referencial o.n. do plano, os vetores $\vec{u}\left(-1,\, 1-t\right)$ e $\vec{v}\left(1+t,\, 2\right)$, com $t \in \mathbb{R}$.

Determina os valores de t de modo que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam colineares.

13. Considera o cubo $[ABCDEFGH]$, representado no referencial ortonormado do espaço de origem D.

As coordenadas dos vértices A e G são, respetivamente, $(1,0,0)$ e $(1,1,1)$.



13.1 Indica as coordenadas dos vértices B, C, D, E, F e H.

13.2 Indica uma equação que defina o plano que contém a face $[ABGF]$.

13.3 Define por uma condição cartesiana a reta EF.

13.4 Determina $\overline{DG}$.

13.5 Determina, recorrendo a letras da figura:

13.5.1 $F + \overrightarrow{AC}$;

13.5.2 $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{GH}$;

13.5.3 $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FH} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GE}$.

13.6 Considera o cubo que é a imagem do cubo $[ABCDEFGH]$ pela translação de vetor $2\overrightarrow{GB}$. Indica as coordenadas dos vértices desse cubo.

14. Considera, num referencial o.n. do espaço, a esfera definida por:

$$(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 \leq 16$$

14.1 Indica o raio e as coordenadas do centro da esfera.

14.2 Escreve equações dos planos tangentes à esfera que são paralelos ao plano xOz.

14.3 Determina a área da figura definida pela interseção da esfera com o plano de equação $x = 2$.

15. Considera os vetores seguintes, num referencial o.n. do espaço:

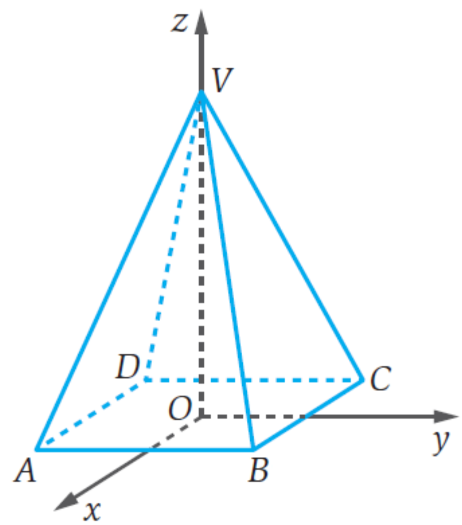
$$\vec{a}\left(-1,\ 2,\ -\sqrt{3}\right),\ \vec{b}\left(\sqrt{3}, -2\sqrt{3}, 3\right)\ \text{e}\ \vec{c}\left(\sqrt{5}, -2, 4\right)$$

15.1 Mostra que os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são colineares.

15.2 Determina a norma do vetor $\vec{b}-\vec{a}$.

15.3 Determina as coordenadas do vetor colinear ao vetor $\vec{c}$, com o sentido contrário ao deste e norma 10.

16. Na figura está representada, em referencial o.n. do espaço, a pirâmide quadrangular regular $[ABCDV]$.



Sabe-se que:

- $A(3, -3, 0)$ e $C(-3, 3, 0)$;
- o vértice V pertence ao eixo Oz;
- o volume da pirâmide é 96.

16.1 Indica as coordenadas dos vértices B e D.

16.2 Identifica, recorrendo a letras da figura, o vetor soma $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

16.3 Define, por meio de uma equação cartesiana, o plano mediador do segmento de reta $[AB]$.

16.4 Mostra que o vértice V tem coordenadas $(0, 0, 8)$.

16.5 Determina a área do polígono que resulta da interseção da pirâmide com o plano de equação $x=0$.

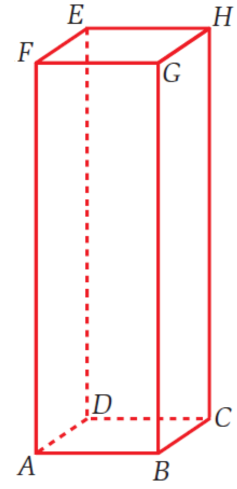
16.6 Determina a equação reduzida da superfície esférica de centro no vértice V e que contém os vértices da base da pirâmide.

16.7 Indica as coordenadas do ponto simétrico do vértice V relativamente ao plano xOy.

16.8 Indica uma equação vetorial da reta AV.

17. Na figura, está representado o parelelepípedo reto $[ABCDEFGH]$. Fixado um determinado referencial o.n $Oxyz$, tem-se:

$A(0,3,2)$, $B(1,-3,-1)$, $G(4,-21,36)$ e $H(-2,-22,36)$.



17.1 Determina uma equação do plano mediador do segmento de reta $[AB]$. Apresenta-a na forma $ax+by+cz=d$.

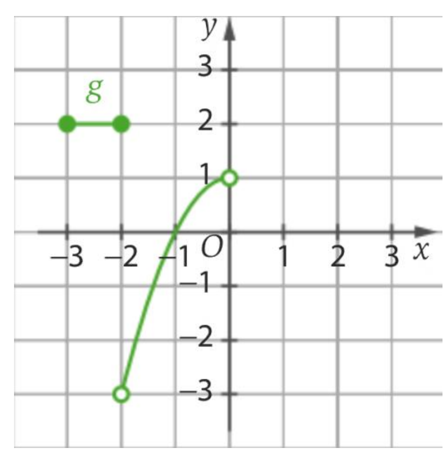
17.2 Define, por uma equação vetorial, a reta AF.

17.3 Determina as coordenadas dos vértices C, D, E e F.

17.4 Determina uma condição que defina a esfera cuja superfície contém os vértices do paralelepípedo.

DOMÍNIO: Funções reais de variável real

1. Relativamente à função g, cujo gráfico se apresenta na figura ao lado:



1.1 é correto afirmar que

(A) o contradomínio é $[-3,2]$.

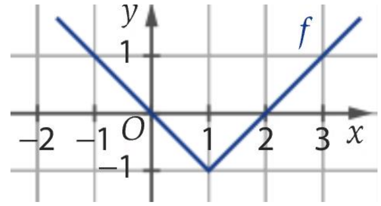
(B) é uma função crescente.

(C) -3 é o mínimo.

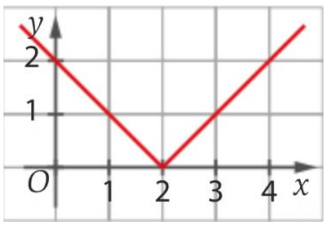
(D) 2 é o máximo.

1.2 apresenta o gráfico de uma extensão da função g que seja uma função par.

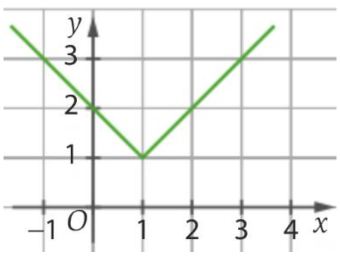
2. Na figura ao lado, está representada uma função real, de variável real, f. Em qual das seguintes opções pode estar representada graficamente a função g tal que $g(x)=f(x-1)+1$?



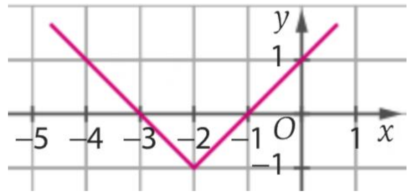
(A)



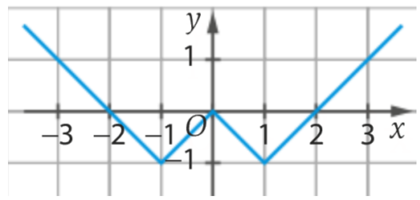
(B)



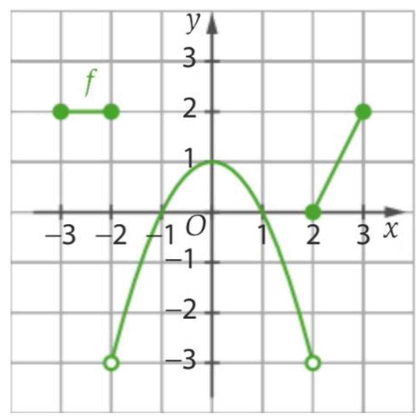
(C)



(D)



3. Na figura ao lado, apresenta-se o gráfico da função f.



3.1 Identifica, relativamente à função f :

a. o domínio e o contradomínio;

b. os zeros;

c. os intervalos de monotonia;

d. os extremos e os respetivos extremantes;

e. o sentido da concavidade do gráfico, no intervalo $]-2,2[$.

3.2 A função f é uma função par? Justifica a tua resposta.

3.3 Indica os conjuntos solução das seguintes condições:

a. $f(x)=2$ **b.** $f(x)+3=0$ **c.** $f(x)\geq 0$

3.4 O gráfico da função f é constituído por dois segmentos de reta e por um arco de parábola. Define analiticamente a função f por ramos.

4. Determina, analiticamente, os zeros da função real de variável real definida por

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 27$$

Na tua resolução, começa por mostrar que 3 é uma raiz do polinómio $x^3 - 3x^2 - 9x + 27$.

5. Seja g a função definida em $\mathbb{R}$ por

$$g(x) = x^4 + \frac{9}{2}x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 2$$

5.1 Mostra que -2 é uma raiz do polinómio $g(x)$ e determina a sua multiplicidade, aplicando a Regra de Ruffini.

5.2 Estuda o sinal da função g . Na tua resolução, começa por decompor o polinómio $g(x)$ em fatores.

6. A altura, h , em metros, de um corpo lançado na vertical, de baixo para cima, de uma altura de 60 metros relativamente ao solo, e com velocidade inicial de $25\,\text{m/s}$, em função do tempo, t , em segundos, é dada por

$$h(t) = -4{,}9t^2 + 25t + 60$$

6.1 Utilizando a calculadora gráfica:

a. apresenta o gráfico da função h ;

b. determina o contradomínio da função h e interpreta-o no contexto da situação.

6.2 Determina, graficamente, durante quanto tempo o corpo se encontrou a uma altura superior a 40 metros (apresenta o resultado em segundos, arredondado às décimas).

6.3 Determina, analiticamente, quanto tempo o corpo se encontrou em movimento (apresenta o resultado em segundos, arredondado às décimas).

7. Considera a função f definida por $f(x) = 2|x-3| + \frac{1}{2}$

7.1 Esboça uma representação gráfica da função f.

7.2 Apresenta um estudo da função f relativamente aos seguintes aspetos:

- zeros e sinal;
- monotonia e extremos.

7.3 Define analiticamente a função f por ramos.

8. Qual é o conjunto solução da condição $-2|x-3| + 4 > 2$?

(A) $]2, 4[$

(B) $]-\infty, 2[\cup]4, +\infty[$

(C) $\mathbb{R}$

(D) $\{ \}$

9. Considera a função h, de domínio $[-5, 6[$, definida por $h(x) = 3|4-x| - 2$.

9.1 Determina as coordenadas do(s) ponto(s) de interseção do gráfico de h com a reta de equação $y = 4$.

9.2 Estuda a função h quanto aos zeros e ao sinal.

9.3 Seja f a função, de domínio $[-5, 6[$, definida por $f(x) = 2h(x) - 1$.

Qual é o contradomínio de f ?

(A) $[-5, 49]$

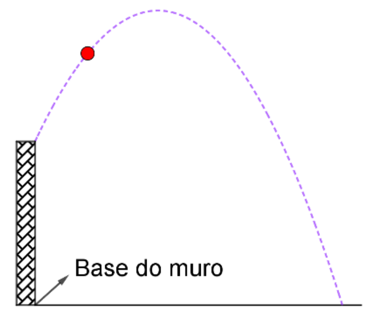
(B) $[-5, 7]$

(C) $[-5, 7[$

(D) $[-5, 49[$

10. O José lançou uma bola de cima de um muro. A distância da bola ao chão, em metros, quando percorre x metros na horizontal, é dada por

$$d(x) = -0,4x^2 + 1,6x + 2 \quad \text{para } 0 \leq x \leq 5$$



10.1 Determina os valores de x para os quais a distância da bola ao chão foi inferior à altura do muro.

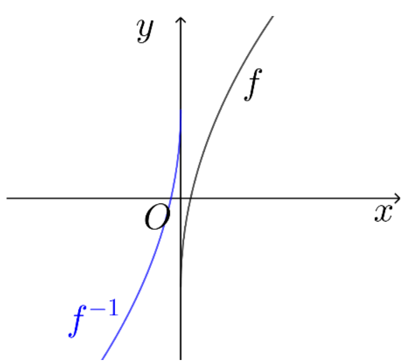
10.2 Determina a distância da bola à base do muro, no instante em que atinge a altura máxima.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às décimas.

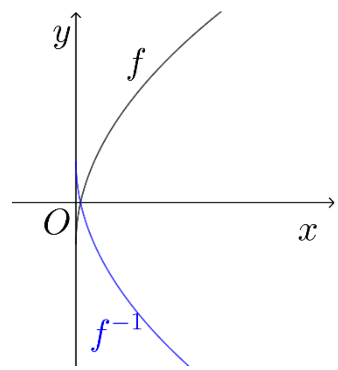
11*. Considera a função $f : [0, +\infty[\to [-1, +\infty[$, definida por $f(x) = 3\sqrt{x} - 1$.

11.1 Em qual das opções estão representadas partes dos gráficos de f e f^{-1}?

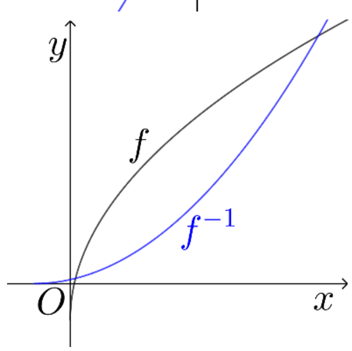
(A)



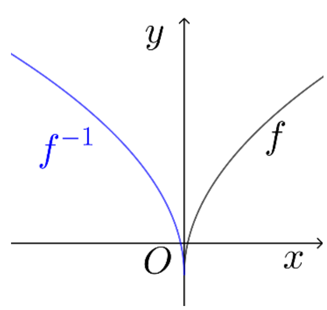
(B)



(C)

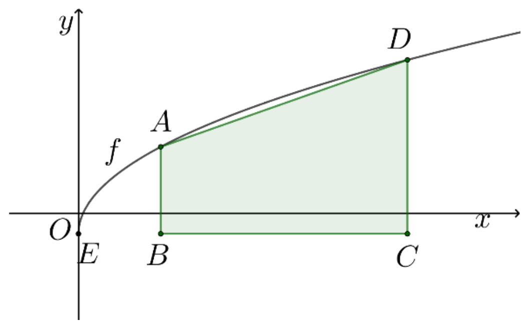


(D)



Carlos Andrade, Pedro Pimenta e Simone Azevedo

11.2 Na figura, estão representados parte do gráfico da função f e o trapézio retângulo $[ABCD]$.



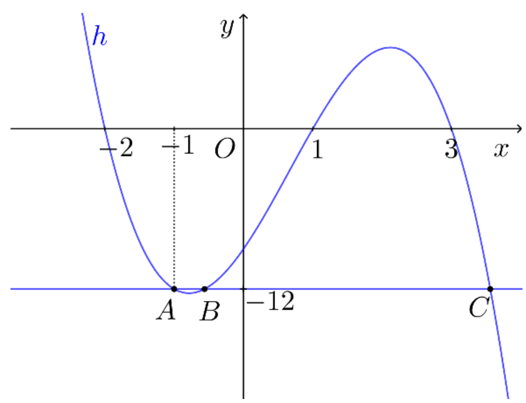
Sabe-se que:

- o ponto E é o ponto do gráfico de f que pertence ao eixo das ordenadas;
- os pontos E, B e C pertencem à mesma reta horizontal;
- os pontos A e D pertencem ao gráfico de f e têm abcissas 2 e 8, respetivamente.

Determina a área do trapézio $[ABCD]$.

Apresenta o valor pedido na forma $a\sqrt{b}$, com $a \neq 0$.

12. Na figura, estão representadas parte do gráfico da função polinomial do 3.º grau, h, e a reta de equação $y = -12$.



Sabe-se que:

- -2, 1 e 3 são os zeros de h;
- os pontos A, B e C pertencem ao gráfico de h e à reta de equação $y = -12$;
- o ponto A tem coordenadas $(-1, -12)$.

12.1* O domínio de validade da expressão $\sqrt{h(x+2)}$ é:

(A) $]-\infty, -2] \cup [1, 3]$

(B) $]-\infty, 0] \cup [3, 5]$

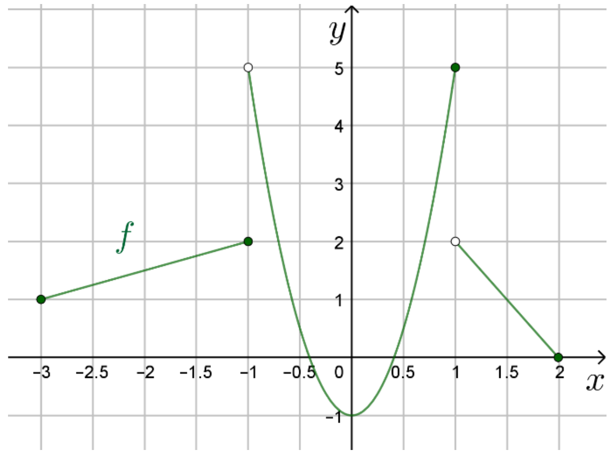
(C) $]-\infty, -4] \cup [-1, 1]$

(D) $[-2, 1] \cup [3, +\infty[$

12.2 Mostra que $h(x) = -\frac{3}{2}x^3 + 3x^2 + \frac{15}{2}x - 9$.

12.3 Determina os valores exatos das abcissas dos pontos B e C.

13*. Considera as funções $g:\left[\frac{1}{2},+\infty\right[\rightarrow\left]-\infty,2\right]$, definida por $g(x)=2-\sqrt{2x-1}$, e f, de domínio $[-3,2]$, cujo gráfico se apresenta ao lado.



13.1 Qual é o valor de $(g\circ f)(1)$?

(A) -1 **(C)** $2-\sqrt{3}$

(B) 2 **(D)** 5

13.2 Determina o domínio da função $\left(\frac{g}{f}\right)$.

Apresenta a tua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

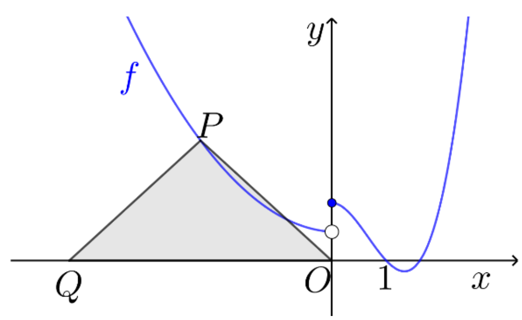
13.3 Determina as coordenadas do(s) ponto(s) de interseção do gráfico de g com o gráfico de g^{-1}.

14. Seja f a função de domínio $\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{10}x+1 & \text{se } x<0\\ 2x^3-4x^2+2 & \text{se } x\geq 0\end{cases}$$

Na figura estão representados, em referencial cartesiano, parte do gráfico de f e o triângulo $[PQO]$, em que:

- o ponto P é um ponto móvel do gráfico de f, de abcissa negativa;
- o ponto Q é o ponto do eixo das abcissas para o qual o triângulo $[PQO]$ é isósceles.



14.1 Calcula $f(0)$.

14.2 Determina os zeros da função f.

14.3 Determina a abcissa do ponto P para a qual a área do triângulo $[PQO]$ é igual a 20.

Apresenta o valor pedido arredondado às décimas.

Na tua resposta:

- escreve a área do triângulo $[PQO]$ em função da abcissa do ponto P;
- escreve uma equação que traduza o problema;
- recorre às capacidades gráficas da calculadora para obter o valor pedido.

DOMÍNIO: Estatística*

1. Registaram-se as idades, a 2 de setembro de 2018 , dos alunos de uma escola secundária.

Verificou-se que a idade média era 16,41 anos e o desvio padrão era, aproximadamente, 1,37 anos.

1.1 No dia 2 de setembro de 2020, a média e o valor aproximado do desvio padrão das idades deste grupo de alunos será, respetivamente:

(A) $16,41$ e $1,37$ **(C)** $16,41$ e $3,37$

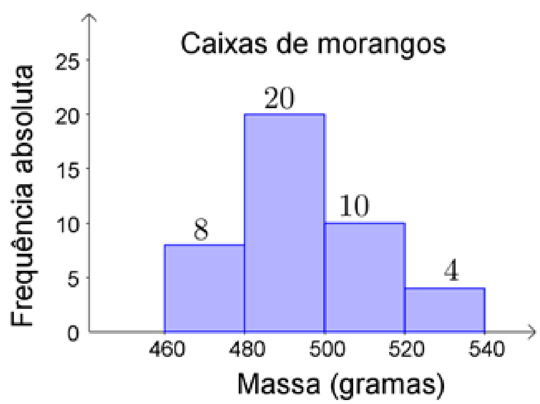
(B) $18,41$ e $3,37$ **(D)** $18,41$ e $1,37$

1.2 A tabela seguinte é referente à idade dos alunos no dia 2 de setembro de 2018.

Idade (anos)	14	15	16	17	18	19	20
Frequência relativa (%)	7%	a	28%	24%	14%	b	2%

Determina a e b.

2. Para fazer o controlo de qualidade de uma empresa que comercializa morangos, selecionou-se uma amostra de caixas de morangos e registou-se a massa, em gramas, das mesmas.



2.1 O percentil 30 localiza-se na classe:

(A) $[460, 480[$ **(B)** $[480, 500[$ **(C)** $[500, 520[$ **(D)** $[520, 540[$

2.2 Determina o valor aproximado da mediana.

3. Considera a amostra $(x_1, x_2, ..., x_{300})$. O 3.º quartil desta amostra é:

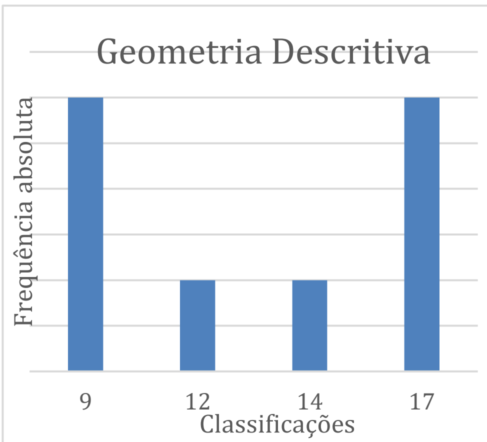
(A) $\dfrac{x_{75}+x_{76}}{2}$

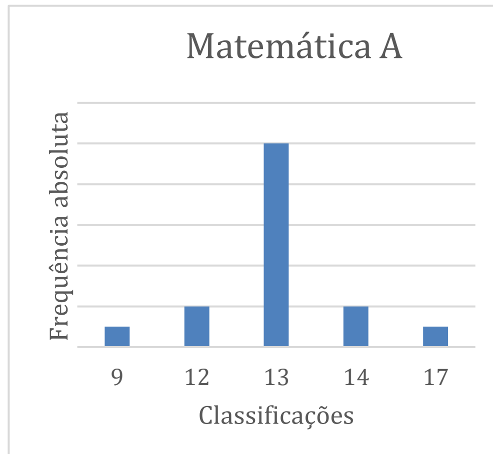
(B) x_{225}

(C) x_{226}

(D) $\dfrac{x_{225}+x_{226}}{2}$

4. Os gráficos de barras seguintes são relativos às classificações obtidas por um grupo de alunos, no final do 2.º período.





Em ambas as disciplinas, a média das classificações foi igual a 13 valores.

Em qual das disciplinas foi maior o desvio padrão das classificações?

Justifica a tua resposta.

SOLUÇÕES

Geometria analítica

1. (C)

2. (A)

3. (B)

4. (C)

5. (D)

6. (C)

7. (A)

8. (C)

9. $C(3,-4)$; $r=\sqrt{2}$

10.1 $x=2$

10.2 $(x-2)^2+(y+4)^2<9$

10.3 $D(2\sqrt{2},0)$; $C(2\sqrt{2},-3)$

11.1 20

11.2 $(-2,4)$

11.3 $y=2x+3$

11.4 $y=-\frac{1}{2}x-2$

11.5 $(x+1)^2+(y-1)^2=10$

11.6 $T(5,-2)$

12. $-\sqrt{3}$ ou $\sqrt{3}$.

13.1 $B(1,1,0)$, $C(0,1,0)$, $D(0,0,0)$, $E(0,0,1)$, $F(1,0,1)$ e $H(0,1,1)$.

13.2 $x=1$

13.3 $y=0 \wedge z=1$

13.4 $\sqrt{3}$

15.5.1 H

15.5.2 $\overrightarrow{FD}$

15.5.3 $\overrightarrow{AC}$

13.6 $A'(1,0,-2)$, $B'(1,1,-2)$, $C'(0,1,-2)$, $D'(0,0,-2)$, $E'(0,0,-1)$, $F'(1,0,-1)$, $G'(1,1,-1)$ e $H'(0,1,-1)$.

14.1 $r=4$; $C(2,0,-1)$.

14.2 $y=-4$ e $y=4$.

14.3 16π

15.2 $\sqrt{32+16\sqrt{3}}$

15.3 $(-2\sqrt{5},4,-8)$

16.1 $B(3,3,0)$ e $D(-3,-3,0)$.

16.2 $\overrightarrow{AC}$

16.3 $y=0$

16.5 24

16.6 $x^2+y^2+(z-8)^2=82$

16.7 $(0,0,-8)$

16.8 Por exemplo: $(x,y,z)=(0,0,8)+k(-3,3,8)$ $(k\in\mathbb{R})$

17.1 $x-6y-3z=-1$

17.2 Por exemplo: $(x,y,z)=(0,3,2)+k(3,-18,37)$ $(k\in\mathbb{R})$

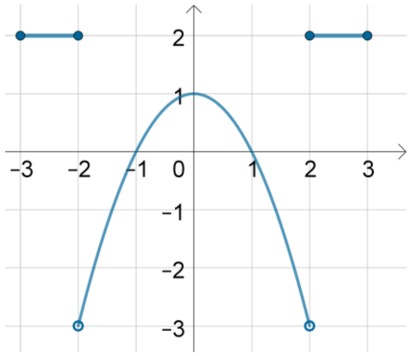
17.3 $C(-5,-4,-1)$, $D(-6,2,2)$, $E(-3,-16,39)$ e $F(3,-15,39)$.

17.4 $(x+1)^2+\left(y+\frac{19}{2}\right)^2+(z-19)^2=\frac{1785}{4}$

Funções reais de variável real

1.1 (D)

1.2



2. (A)

3.1

a. $D=[-3,3]$ e $D'=]-3,2]$.

b. $x=-1$, $x=1$ e $x=2$.

c. Constante em $[-3,-2]$; crescente em $]-2,0]$ e em $[2,3]$; decrescente em $[0,2[$.

d. Máximo (absoluto) $y=2$ para $x\in[-3,-2]$ e $x=3$; máximo relativo $y=1$ para $x=0$.

e. Voltada para baixo.

3.2 Não, porque o gráfico não é simétrico relativamente ao eixo das ordenadas.

3.3

a. $[-3,-2]\cup\{3\}$

b. $\varnothing$

c. $[-3,-2]\cup[-1,1]\cup[2,3]$

d. $f(x)=\begin{cases}2 & \text{se } -3\le x\le -2\\ -x^2+1 & \text{se } -2<x<2\\ 2x-4 & \text{se } 2\le x\le 3\end{cases}$

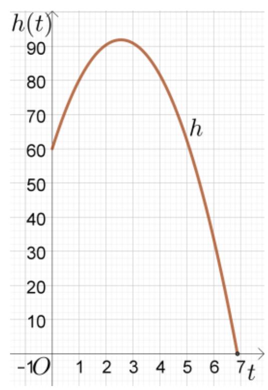
4. -3 e 3.

5.1 $g(2)=0$. Multiplicidade 2.

5.2 Positiva em $]-\infty,-2[\cup]-2,-1[\cup\left]\frac{1}{2},+\infty\right[$; negativa em $\left]-1,\frac{1}{2}\right[$.

6.1

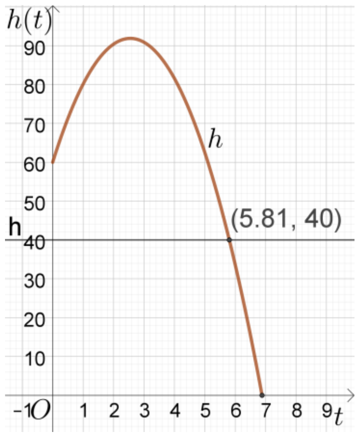
a.



b. $D'=[0;\,91{,}89]$.

A altura do corpo durante o seu movimento variou entre 0 e 91,89 metros, aproximadamente.

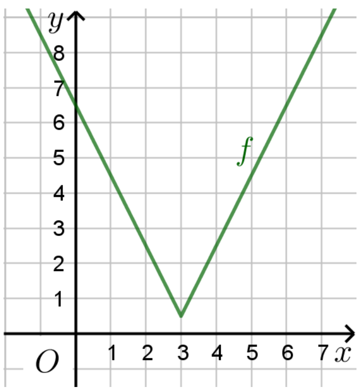
6.2



Cerca de 5,8 segundos.

6.3 Cerca de 6,9 segundos.

7.1



7.2

A função f não tem zeros.

A função f é positiva (em todo o seu domínio).

A função é decrescente em $]-\infty, 3]$ e crescente em $[3, +\infty[$. $\frac{1}{2}$ é o mínimo absoluto de f, em $x = 3$.

7.3

$$f(x) = \begin{cases} -2x + \frac{13}{2} & \text{se } x < 3 \\ 2x - \frac{11}{2} & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

8. (A)

9.1 (2,4)

9.2 Zeros: $\frac{10}{3}$ e $\frac{14}{3}$. Sinal: positiva em $\left[-5, \frac{10}{3}\right[\cup \left]\frac{14}{3}, 6\right[$ e negativa em $\left]\frac{10}{3}, \frac{14}{3}\right[$.

9.3 (A)

10.1 $x \in]4, 5]$

10.2 4,1 metros.

11.1 (C)

11.2 $27\sqrt{2}$

12.1 (C)

12.3 $x_B = \frac{3-\sqrt{17}}{2}$; $x_C = \frac{3+\sqrt{17}}{2}$

13.1 (A)

13.2 $\left[\frac{1}{2}, 2\right[$

13.3 $(1,1)$

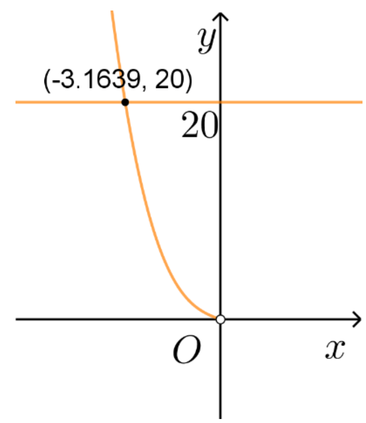
14.1 2

14.2 1 e $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

14.3

$$A(x) = \frac{(-2x)\times\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{10}x + 1\right)}{2}$$

O valor pedido é a solução da equação $-x\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{10}x + 1\right) = 20$.



A abcissa do ponto P é, aproximadamente, $-3,2$.

Estatística

1.1 (D)

1.2 a= 20% ; b = 5% .

2.1 (B)

2.2 493 gramas.

3. (D)

4. Na disciplina de Geometria Descritiva. O desvio padrão mede a variabilidade dos dados em relação à média, e nesta disciplina existe uma maior dispersão das classificações em relação à média. De facto, os desvios à média são, em média, maiores (em valor absoluto) na disciplina de Geometria Descritiva.