Itens Para Testes de Avaliação | 1.º Período

MATEMÁTICA A | 10.º ANO

Temas: Radicais, Geometria no Plano e no Espaço e Cálculo Vetorial no Plano e no Espaço

1. Na figura, estão representados um retângulo $[BDEF]$ e o arco de circunferência centrado em B e que contém os pontos A e F tal que ABF é reto.

Sabe-se que C é o ponto médio do lado $[BD]$, $\overline{BD}=\sqrt{8}-2$ e que a área do retângulo é 2.

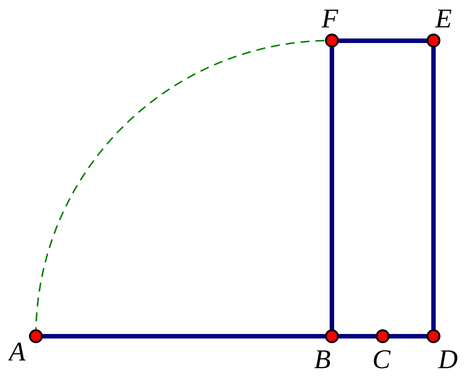
Qual é o valor de $\overline{AC}$?

A $3\sqrt{2}-1$

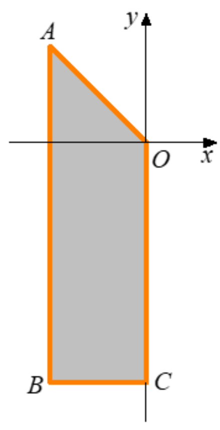
B $2\sqrt{2}$

C $3\sqrt{2}$

D $2\sqrt{2}-1$



2. Na figura, está representado, em referencial o.n. Oxy, o trapézio retângulo $[OABC]$ tal que $A(-2,2)$ e $C(0,-5)$.



Qual das seguintes condições define o trapézio retângulo $[OABC]$, incluindo a sua fronteira?

A $y\leq x \ \wedge\ -2\leq x\leq 0 \ \wedge\ y\geq -3$

B $y\geq -x \ \wedge\ -2\leq x\leq 0 \ \wedge\ y\leq -5$

C $y\leq -x \ \wedge\ -2\leq x\leq 0 \ \wedge\ y\geq -5$

D $y\geq x \ \wedge\ -2\leq x\leq 0 \ \wedge\ y\leq -3$

Carlos Andrade | José Carlos Pereira | Pedro Pimenta

3. Quais são as equações das retas tangentes à circunferência definida por $(x-2)^2+(y+1)^2=9$ e perpendiculares ao eixo Ox?

A $y=2$ e $y=-4$

B $y=8$ e $y=-10$

C $x=11$ e $x=-9$

D $x=5$ e $x=-1$

4. Considera, em referencial o.n. $Oxyz$, os pontos $A(2,3,-1)$, $B(1,3,3)$ e $C(3,3,0)$.

Qual das seguintes equações define uma reta que é perpendicular ao plano ABC e o interseta no ponto C?

A $(x,y,z)=(3,5,0)+k(0,2,0),\ k\in\mathbb{R}$

B $(x,y,z)=(2,3,-1)+k(0,2,0),\ k\in\mathbb{R}$

C $(x,y,z)=(3,3,3)+k(0,1,0),\ k\in\mathbb{R}$

D $(x,y,z)=(3,3,0)+k(0,0,1),\ k\in\mathbb{R}$

5. Considera, em referencial o.n. $Oxyz$, a esfera definida por $(x-1)^2+y^2+z^2\leq 6$.

A interseção desta esfera com o plano de equação $x=k$, com $k\in\mathbb{R}$, é um círculo de área 5π

Qual pode ser o valor de k?

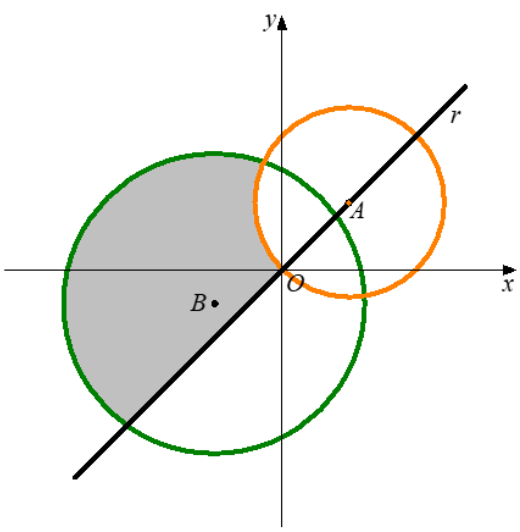
A 1

B 2

C 3

D 4

6. Na figura, estão representadas, em referencial o.n. Oxy, duas circunferências e a reta r, que contém as bissetrizes dos quadrantes ímpares.



Carlos Andrade | José Carlos Pereira | Pedro Pimenta
Matemática A | 10.º ano

Sabe-se que:

- uma das circunferências está centrada no ponto A e contém a origem do referencial;
- a outra circunferência está centrada no ponto B e é definida pela equação $x^2+y^2+4x+2y=5$;
- o ponto A pertence ao primeiro quadrante e à reta r;
- $\overline{AO}=2\sqrt{2}$.

6.1 Mostra que uma equação da circunferência centrada em A é $(x-2)^2+(y-2)^2=8$.

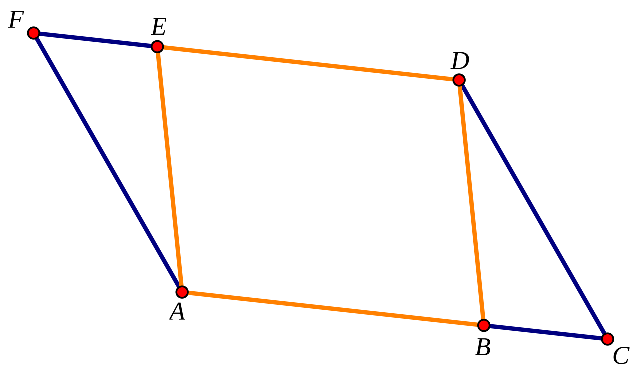
6.2 Mostra que B tem coordenadas $(-2,-1)$.

6.3 Determina uma equação vetorial da mediatriz do segmento de reta $[AB]$.

Nota: Se não conseguiste determinar as coordenadas de A, considera que são $(2,2)$.

6.4 Define por meio de uma condição a região sombreada da figura, incluindo a fronteira.

7. Na figura, está representado um paralelogramo $[ACDF]$ e um trapézio $[ABDE]$.



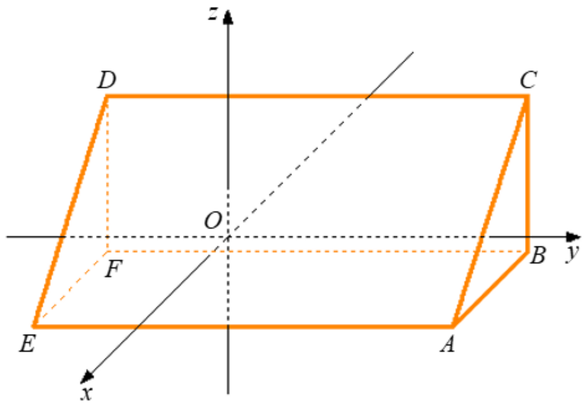
Sabe-se que $\overline{FE}=\overline{BC}$.

7.1 Usando cálculo vetorial, mostra que o trapézio $[ABDE]$ também é um paralelogramo.

7.2 Considera agora a figura representada em referencial o.n. Oxy de modo que se tenha $\overrightarrow{CB}(-3,1)$ e $\overrightarrow{CE}(-7,8)$ e seja $\vec{u}\left(k-5,\sqrt{7k}\right)$, com $k\in\mathbb{R}$.

Determina o valor de k de modo que $\|\vec{u}\|=\left\|\overrightarrow{BE}\right\|$.

8. Na figura, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma triangular $[ABCDEF]$ de volume 64.



Sabe-se que as faces $[ABC]$ e $[DEF]$ são paralelas ao plano xOz, a face $[ABFE]$ é paralela ao plano xOy e a face $[BCDF]$ é paralela ao plano yOz.

8.1 Indica, justificando, o valor lógico das seguintes afirmações:

I. $D+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{CB}=A$

II. $\overrightarrow{AD}-2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{BC}$

8.2 Nas próximas duas alíneas, considera $A(2,5,-1)$ e $C(-2,5,3)$.

8.2.1 Mostra que a face $[DEF]$ está contida no plano de equação $y=-3$.

8.2.2 Define por uma equação cartesiana:

a. a face $[BCDF]$;

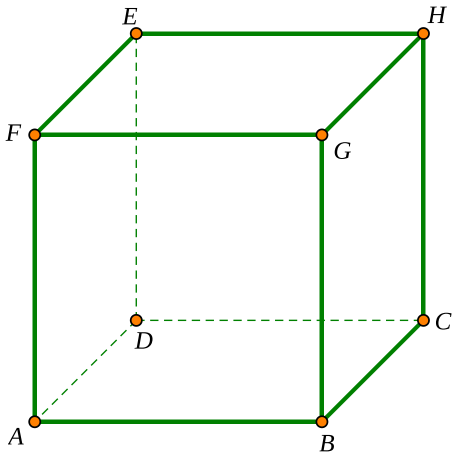
b. a aresta $[BC]$;

c. a semirreta $\dot{E}F$;

d. a reta que contém E e é paralela ao eixo Oz.

8.2.3 Determina as coordenadas do vetor com sentido contrário ao vetor $\overrightarrow{AC}$ e de norma $\sqrt{2}$.

9. Na figura, está representado o cubo $[ABCDEFGH]$.



Considera que fixado um certo referencial o.n. $Oxyz$ (não representado na figura), as coordenadas do ponto A são $(-2,1,2)$ e as do ponto G são $(3,-1,-5)$.

Determina uma equação cartesiana do plano BCE, apresentando-a na forma $ax+by+cz+d=0$, com $a,b,c,d \in \mathbb{R}$.

FIM

Sugestão de cotações

1.	2.	3.	4.	5.	6.1	6.2	6.3	6.4	7.1	7.2	8.1	8.2.1	8.2.2	8.2.3	9.	Total
10	10	10	10	10	15	15	15	15	15	15	5+7	10	2+2+2+2	15	15	**200**

Propostas de resolução

1. A área do retângulo $[BDEF]$ é dada por $\overline{BD} \times \overline{BF}$, pelo que:

$$\overline{BD} \times \overline{BF} = 2 \underset{\overline{DB}=\sqrt{8}-2}{\Leftrightarrow} \left(\sqrt{8}-2\right) \times \overline{BF} = 2 \underset{\sqrt{8}=2\sqrt{2}}{\Leftrightarrow} \overline{BF} = \frac{2}{2\sqrt{2}-2} \Leftrightarrow \overline{BF} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}\left(\sqrt{2}-1\right)} \Leftrightarrow \overline{BF} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{BF} = \frac{\sqrt{2}+1}{\left(\sqrt{2}\right)^2 - 1^2} \Leftrightarrow \overline{BF} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} \Leftrightarrow \overline{BF} = \sqrt{2}+1$$

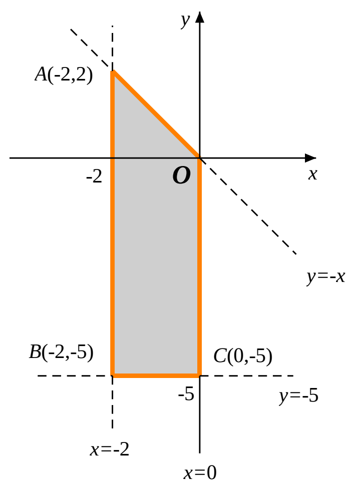
Como o arco de circunferência está centrado em B e contém os pontos A e F, $\overline{AB} = \overline{BF} = \sqrt{2}-1$.

Como C é o ponto médio de $[BD]$, tem-se que $\overline{BC} = \frac{\overline{BD}}{2} = \frac{\sqrt{8}-2}{2} = \frac{2\sqrt{2}-2}{2} = \sqrt{2}-1$.

Logo, $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} = \sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1 = 2\sqrt{2}$.

Resposta: B

2. Vamos ter em conta a figura ao lado:



- o trapézio $[OABC]$ é retângulo e o ponto C pertence ao eixo Ox;

  Logo, o lado $[AB]$ é paralelo ao eixo Oy e o lado $[BC]$ é paralelo ao eixo Ox;

- as coordenadas do ponto A são $(-2,2)$, pelo que, como a reta AB é paralela ao eixo Oy, uma equação que a define é $x=-2$;

- as coordenadas do ponto C são $(0,-5)$, pelo que, como a reta BC é paralela ao eixo Oy, uma equação que a define é $y=-5$;

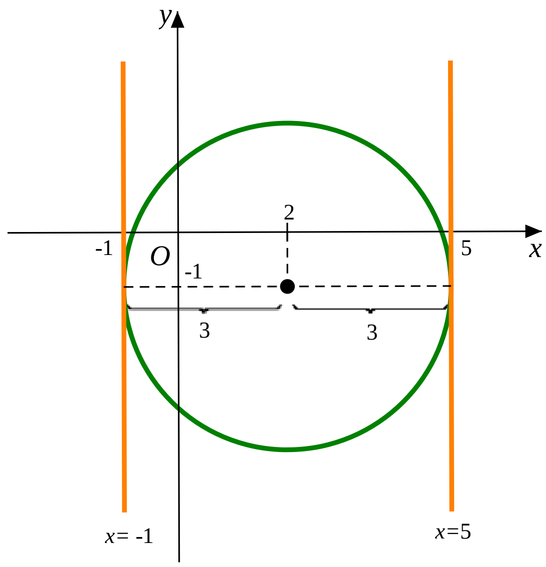
- a reta AO contém a origem do referencial e o ponto $A(-2,2)$, isto é, a reta AO é a bissetriz dos quadrantes pares, pelo que uma equação que a define é $y=-x$;

- a reta CO coincide com o eixo Oy, pelo que a sua equação é $x=0$.

Logo, uma condição que define a região a sombreado da figura é $y \le -x \ \wedge \ -2 \le x \le 0 \ \wedge \ y \ge -5$.

Resposta: C

3. A circunferência definida por $(x-2)^2+(y+1)^2=9$ está centrada no ponto de coordenadas $(2,-1)$ e raio 3. Representando-a num referencial o.n. xOy, assim como as retas que lhe são tangentes e perpendiculares ao eixo Ox, temos:



Logo, como a circunferência está centrada no ponto de coordenadas $(2,-1)$ e o raio é 3, as retas que lhe são tangentes e perpendiculares ao eixo Ox são as retas de equações $x=2+3 \Leftrightarrow x=5$ e $x=2-3 \Leftrightarrow x=-1$.

Resposta: D

4. Os pontos A, B e C têm os três ordenada igual a 3, pelo que a equação que define o plano ABC é $y=3$. Logo, este plano é perpendicular ao eixo Oy e, portanto, qualquer reta perpendicular ao plano ABC é paralela ao eixo Oy.

Um vetor diretor do eixo Oy é $\vec{u}(0,1,0)$, pelo que qualquer vetor diretor de qualquer reta paralela ao eixo Oy é colinear com $\vec{u}$. Assim, começamos por excluir a opção **D**, dado que o vetor da equação desta opção não é colinear com $\vec{u}$. Excluímos também a opção **B**, pois a reta desta opção passa pelo ponto A e não pelo ponto C. Restam-nos duas opções. Vamos verificar qual das duas retas contém o ponto C:

Opção A $\rightarrow$ substituindo o ponto C na equação, temos:

$$(3,3,0)=(3,5,0)+k(0,2,0) \Leftrightarrow \begin{cases} 3=3+0\times k \\ 3=5+2k \\ 0=0+0\times k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3=3 \rightarrow P.V. \\ k=-1 \\ 0=0 \rightarrow P.V. \end{cases} \rightarrow \text{Logo, o ponto } C \text{ pertence a esta reta.}$$

Opção C $\rightarrow$ substituindo o ponto C na equação, temos:

$$(3,3,0)=(3,3,3)+k(0,2,0)\Leftrightarrow\begin{cases}3=3+0\times k\\3=3+2k\\0=3+0\times k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3=3\rightarrow P.V.\\k=0\\0=3\rightarrow P.F.\end{cases}$$

O sistema é impossível, pelo que o ponto C não pertence a esta reta.

Resposta: A

5. Substituindo na inequação da esfera x por k, tem-se:

$$\begin{cases}x=k\\(x-1)^2+y^2+z^2\leq 6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=k\\(k-1)^2+y^2+z^2\leq 6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=k\\y^2+z^2\leq 6-(k-1)^2\end{cases}$$

Logo, a interseção é um círculo contido no plano de equação $x=k$, centrado no ponto de coordenadas $(k,0,0)$ e raio $\sqrt{6-(k-1)^2}$.

Portanto, a sua área é dada por $\pi\times\left(\sqrt{6-(k-1)^2}\right)^2=\left(6-(k-1)^2\right)\pi$, pelo que:

$$\left(6-(k-1)^2\right)\cancel{\pi}=5\cancel{\pi}\Leftrightarrow 6-(k-1)^2=5\Leftrightarrow 6-5=(k-1)^2\Leftrightarrow(k-1)^2=1\Leftrightarrow k-1=\pm\sqrt{1}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k-1=-1\ \vee\ k-1=1\Leftrightarrow k=0\ \vee\ k=2$$

Assim, k pode ser igual a 0 ou igual a 2.

Resposta: B

6.1 Como o ponto A pertence à reta r, que é definida por $y=x$, por ser bissetriz dos quadrantes ímpares, as suas coordenadas são da forma $A(x_A,x_A)$, com $x_A>0$, dado que A pertence ao primeiro quadrante. Assim:

$$\overline{AO}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\left(\sqrt{(x_A-0)^2+(x_A-0)^2}\right)^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2\Leftrightarrow 2(x_A)^2=2^2\left(\sqrt{2}\right)^2\Leftrightarrow\cancel{2}(x_A)^2=4\times\cancel{2}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x_A=\pm\sqrt{4}\Leftrightarrow x_A=-2\ \vee\ x_A=2$$

Como $x_A>0$, tem-se que $x_A=2$, pelo que $A(2,2)$. Logo, uma equação da circunferência centrada em A é $(x-2)^2+(y-2)^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2\Leftrightarrow(x-2)^2+(y-2)^2=8$.

6.2 O ponto B é o centro da circunferência definida por $x^2+y^2+4x+2y=5$. Assim:

$$x^2+y^2+4x+2y=5 \Leftrightarrow \underbrace{x^2+4x+2^2}_{(x+2)^2}+\underbrace{y^2+2y+1^2}_{(y+1)^2}=5+2^2+1^2 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y+1)^2=10$$

Logo, as coordenadas do ponto B são $(-2,-1)$.

6.3 Uma equação cartesiana da mediatriz do segmento de reta $[AB]$ é dada por:

$$(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=(x-x_B)^2+(y-y_B)^2$$

Assim, sendo t a mediatriz do segmento de reta $[AB]$, tem-se:

$$t:(x-2)^2+(y-2)^2=(x+2)^2+(y+1)^2 \Leftrightarrow \cancel{x^2}-4x+\cancel{4}+\cancel{y^2}-4y+4=\cancel{x^2}+4x+\cancel{4}+\cancel{y^2}+2y+1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -4y-2y=4x+4x+1-4 \Leftrightarrow -6y=8x-3$$

$$\underset{\div(-6)}{\Leftrightarrow} y=-\frac{8x}{6}-\frac{3}{-6} \Leftrightarrow y=-\frac{4x}{3}+\frac{1}{2}$$

Logo, o declive da reta t é $-\frac{4}{3}$, pelo que $\vec{v}(3,-4)$ é um seu vetor diretor de t. A ordenada na origem da reta t é $\frac{1}{2}$, pelo que o ponto de coordenadas $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ pertence à reta t.

Assim, uma equação vetorial da reta t, a mediatriz do segmento de reta $[AB]$, é:

$$(x,y)=\left(0,\frac{1}{2}\right)+k(3,-4),\ k\in\mathbb{R}$$

6.4 Já sabemos que:

- uma equação da circunferência centrada em A é $(x-2)^2+(y-2)^2=8$;
- uma equação da circunferência centrada em B é $(x+2)^2+(y+1)^2=10$;
- uma equação da reta r é $y=x$.

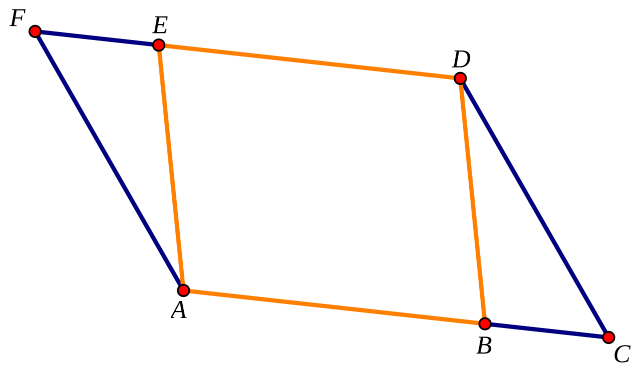
A região sombreada da figura inclui todos os pontos que são interiores ou estão na fronteira da circunferência centrada em B, que são exteriores ou estão na fronteira da circunferência centrada em A e que têm a ordenada superior ou igual à abcissa.

Assim, uma condição a região sombreada da figura, incluindo a fronteira é:

$$(x+2)^2+(y+1)^2 \leq 10 \ \wedge \ (x-2)^2+(y-2)^2 \geq 8 \ \wedge \ y \geq x$$

7.1 Tem-se que:

- o quadrilátero $[ACDF]$ é um paralelogramo, pelo que $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{FD}$ e $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{CD}$;
- $\overline{FE}=\overline{BC}$, pelo que $\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{BC}$.



Assim:

- $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC} \underset{\substack{\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{FD} \\ \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{FE}}}{=} \overrightarrow{FD}-\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{ED}$
- $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FE} \underset{\substack{\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{CD} \\ \overrightarrow{FE}=\overrightarrow{BC}}}{=} \overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BD}$

Logo, $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{ED}$ e $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BD}$, pelo que o trapézio $[ABDE]$ também é um paralelogramo.

7.2 Tem-se que $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CE}=-\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CE}-\overrightarrow{CD}$

Como $\overrightarrow{CB}(-3,1)$ e $\overrightarrow{CE}(-7,8)$, as coordenadas do vetor $\overrightarrow{BE}$ são $(-7,8)-(-3,1)=(-4,7)$.

Assim, $\|\vec{u}\|=\|\overrightarrow{BE}\| \Leftrightarrow \sqrt{(k-5)^2+\left(\sqrt{7k}\right)^2}=\sqrt{(-4)^2+7^2} \Rightarrow \left(\sqrt{(k-5)^2+7k}\right)^2=\left(\sqrt{16+49}\right)^2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow k^2-10k+25+7k=65 \Leftrightarrow k^2-3k-40=0 \Leftrightarrow k=\frac{3\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-40)}}{2\times1}.$$

$$\Leftrightarrow k=-5 \ \vee \ k=8$$

Se $k=-5$, então $\vec{u}\left(-5-5,\sqrt{7\times(-5)}\right)$, ou seja $\vec{u}\left(-10,\sqrt{-35}\right)$, o que não pode ser, dado que $\sqrt{-35}$ não é um número real. Se $k=8$, então $\vec{u}\left(8-5,\sqrt{7\times8}\right)$, ou seja $\vec{u}\left(3,\sqrt{56}\right)$.

Logo, $k=8$.

8.1 Tem-se que:

I. $D+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{CB} \underset{\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DF}}{=} D+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{DF}=D+\underbrace{\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{FA}}_{=\overrightarrow{DA}}=D+\overrightarrow{DA}=A$

Logo, a afirmação **I.** é verdadeira.

II. $\overrightarrow{AD}-2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{AD}+2\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{EB}=\underbrace{\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}}_{\overrightarrow{BD}}+\underbrace{\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BA}}_{\overrightarrow{EA}}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{EA}=$

$$\underset{\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{FB}}{=} \overrightarrow{BD}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{FD}=\overrightarrow{BC}$$

Logo, a afirmação **II.** é verdadeira.

8.2.1 Sabe-se que $A(2,5,-1)$ e $C(-2,5,3)$. Assim, como a face $[ABC]$ é paralela ao plano xOz (está contida no plano de equação $y=5$), a face $[ABFE]$ é paralela ao plano xOy (está contida no plano de equação $z=-1$) e a face $[BCDF]$ é paralela ao plano yOz (está contida no plano de equação $x=-2$), e como o ponto B pertence a estas três faces, as suas coordenadas são $(-2,5,-1)$. Além disso, o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B.

Assim:

- $\overline{AB}=\sqrt{(2+2)^2+(5-5)^2+(-1+1)^2}=\sqrt{16+0+0}=4$
- $\overline{BC}=\sqrt{(-2+2)^2+(5-5)^2+(-1-3)^2}=\sqrt{0+0+16}=4$

Portanto, a área da face $[ABC]$ é $\frac{\overline{AB}\times\overline{BC}}{2}=\frac{4\times 4}{2}=8$. Como o volume do prisma triangular $[ABCDEF]$ é 64 e a sua altura é igual a $\overline{BF}$, tem-se que:

$$V_{[ABCDEF]}=64 \Leftrightarrow A_{[ABC]}\times\overline{BF}=64 \Leftrightarrow 8\overline{BF}=64 \Leftrightarrow \overline{BF}=\frac{64}{8} \Leftrightarrow \overline{BF}=8$$

Logo, a face $[DEF]$, sendo paralela ao plano xOz está contida no plano de equação $y=5-8 \Leftrightarrow y=-3$.

8.2.2 Da alínea anterior concluímos que $D(-2,-3,3)$, $E(2,-3,-1)$ e $F(-2,-3,-1)$.

a. A face $[BCDF]$ é paralela ao plano yOz $(x=0)$, ou seja, está contida num plano paralelo a yOz. Os seus vértices são os pontos $B(-2,5,-1)$, $C(-2,5,3)$, $D(-2,-3,3)$ e $F(-2,-3,-1)$, pelo que uma condição que a define é:

$$x=-2 \ \wedge \ -3\leq y\leq 5 \ \wedge \ -1\leq z\leq 3$$

b. A aresta $[BC]$ é paralela ao eixo Oz $(x=0 \ \wedge \ y=0)$, ou seja, está contida numa reta paralela ao eixo Oz. Os seus extremos são os pontos $B(-2,5,-1)$ e $C(-2,5,3)$, pelo que uma condição que a define é:

$$x=-2 \ \wedge \ y=5 \ \wedge \ -1\leq z\leq 3$$

c. A semirreta $\dot{E}F$ é paralela ao eixo Ox $(y=0 \ \wedge \ z=0)$, ou seja, está contida numa reta paralela ao eixo Ox. Como tem origem no ponto $E(2,-3,-1)$, uma condição que a define é:

$$y=-3 \ \wedge \ z=-1 \ \wedge \ x\leq 2$$

d. Uma condição que define a reta paralela ao eixo Oz $(x=0 \ \wedge \ y=0)$ e que contém o ponto $E(2,-3,-1)$ é $x=2 \ \wedge \ y=-3$.

8.2.3 Tem-se que $\overrightarrow{AC}=C-A$, pelo que, como $A(2,5,-1)$ e $C(-2,5,3)$, as coordenadas do vetor $\overrightarrow{AC}$, são:

$$(-2-2,5-5,3-(-1))=(-4,0,4)$$

Seja $\vec{w}$ com sentido contrário $\overrightarrow{AC}$, e, portanto, colinear tal que $\|\vec{w}\|=\sqrt{2}$. Assim, existe pelo menos um número real negativo k tal que $\vec{w}=k\overrightarrow{AC}$, pelo que as coordenadas do vetor $\vec{w}$ são da forma:

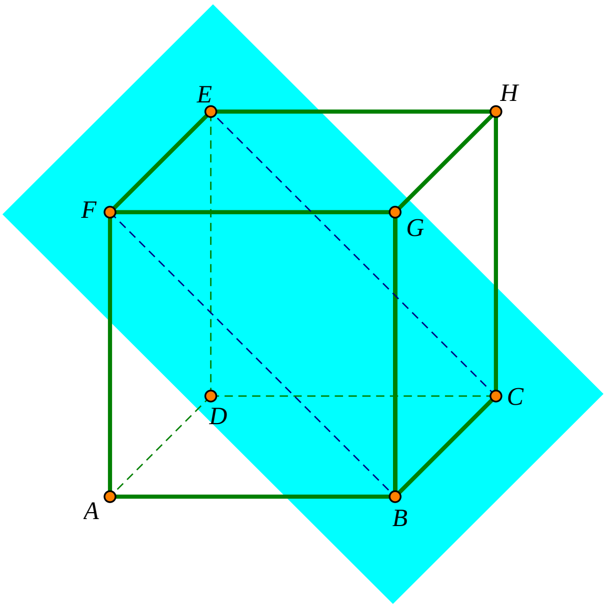
$$(-4k,0,4k)\text{, com } k\in\mathbb{R}^-$$

Logo, $\|\vec{w}\|=\sqrt{2}\Leftrightarrow\sqrt{(-4k)^2+0^2+(4k)^2}=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left(\sqrt{\underbrace{16k^2+0+16k^2}_{>0}}\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2\Leftrightarrow 32k^2=4\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow k^2=\frac{4}{32}\Leftrightarrow k^2=\frac{1}{16}\underset{k<0}{\Leftrightarrow} k=-\sqrt{\frac{1}{16}}\Leftrightarrow k=-\frac{1}{4}$$

Assim, $\vec{w}\left(-4\times\left(-\frac{1}{4}\right),0\times\left(-\frac{1}{4}\right),4\times\left(-\frac{1}{4}\right)\right)$, ou seja, $\vec{w}(1,0,-1)$.

9. O plano BCE é o plano mediador do segmento de reta $[AG]$:



Logo, como $A(-2,1,2)$ e $G(3,-1,-5)$ uma equação cartesiana do plano BCE é:

$$(x+2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=(x-3)^2+(y+1)^2+(z+5)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cancel{x^2}+4x+4+\cancel{y^2}-2y+1+\cancel{z^2}-4z+4=\cancel{x^2}-6x+9+\cancel{y^2}+2y+1+\cancel{z^2}+10z+25$$

$$\Leftrightarrow 4x+6x-2y-2y-4z-10z+9-35=0$$

$$\Leftrightarrow 10x-4y-14z-26=0 \underset{\div 2}{\Leftrightarrow} 5x-2y-7z-13=0$$

FIM