BANCO DE QUESTÕES – MATEMÁTICA A 10.º ANO

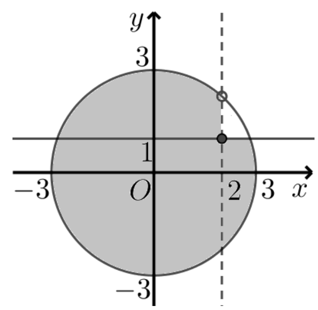
DOMÍNIO: Geometria Analítica

1. Para um certo valor de k real, o ponto de coordenadas $(-2, k-4)$ pertence à reta que contém as bissetrizes dos quadrante pares.

Qual é esse valor de k?

(A) 2 **(B)** -2 **(C)** 6 **(D)** -6

2. Qual das condições seguintes define analiticamente o conjunto de pontos representado a sombreado na figura ao lado?



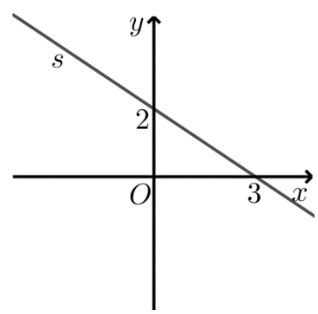
(A) $x^2+y^2 \leq 9 \wedge (x<2 \vee y \leq 1)$

(B) $x^2+y^2 \leq 9 \vee (x<2 \wedge y \leq 1)$

(C) $x^2+y^2 \leq 3 \wedge (x<2 \vee y \leq 1)$

(D) $x^2+y^2 \leq 9 \vee (x \leq 1 \wedge y<2)$

3. A reta r é paralela à reta s, representada na figura ao lado, em referencial o.n. do plano, e passa no ponto de coordenadas $(3, 1)$.



Qual das seguintes é uma equação vetorial da reta r?

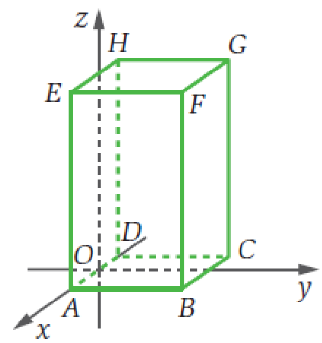
(A) $(x,y)=(3,1)+k(3,2),\ k \in \mathbb{R}$

(B) $(x,y)=(0,3)+k(3,-2),\ k \in \mathbb{R}$

(C) $(x,y)=(0,1)+k(-3,2),\ k \in \mathbb{R}$

(D) $(x,y)=(3,1)+k(2,-3),\ k \in \mathbb{R}$

4. No referencial o.n. do espaço da figura ao lado, está representado o prisma reto $[ABCDEFGH]$, de bases quadradas paralelas ao plano xOy. As coordenadas dos vértices A, B e G são, respetivamente, $(3,0,0)$, $(3,6,0)$ e $(-3,6,12)$.



Qual é a reta de interseção dos planos de equações $x=-3$ e $y=0$?

(A) AD **(C)** DH

(B) CD **(D)** EH

5. Num referencial o.n. do espaço, quatro das faces de um cubo estão contidas nos planos de equações $x=-1$, $x=7$, $y=-2$ e $z=3$, respetivamente.

Quais das equações seguintes podem definir os planos que contêm as outras duas faces do cubo?

(A) $y=-10$ e $z=5$. **(C)** $y=-6$ e $z=11$.

(B) $y=10$ e $z=11$. **(D)** $y=6$ e $z=-5$.

6. Num referencial o.n. do espaço, considera os pontos $A(-1,-3,0)$ e $B(-1,1,0)$.

Uma condição que define o plano mediador do segmento de reta $[AB]$ é:

(A) $x=-1 \wedge z=0$ **(C)** $y=-1$

(B) $x=-1 \wedge y=-1$ **(D)** $x=-1$

7. Num referencial o.n. do espaço, o ponto C tem coordenadas $(-2,3,-3)$.

A superfície esférica de centro no ponto C que é tangente ao plano coordenado yOz pode ser definida pela condição:

(A) $(x+2)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=4$

(B) $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=4$

(C) $(x+2)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=9$

(D) $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=9$

8. Qual das equações seguintes define, num referencial o.n. do espaço, uma reta perpendicular ao plano coordenado xOz?

(A) $(x, y, z) = (0,1,0) + k(1,0,1),\ k \in \mathbb{R}$

(B) $(x, y, z) = (0,1,1) + k(1,0,0),\ k \in \mathbb{R}$

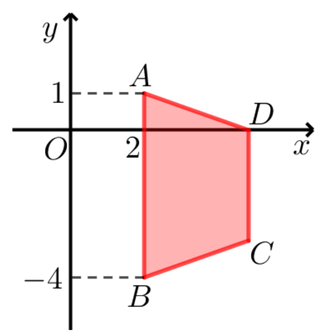
(C) $(x, y, z) = (1,0,1) + k(0,1,0),\ k \in \mathbb{R}$

(D) $(x, y, z) = (1,1,0) + k(0,0,1),\ k \in \mathbb{R}$

9. Determina o raio e as coordenadas do centro da circunferência definida, num referencial o.n. do plano, por:

$$2x^2 - 12x + 2y^2 + 16y = -46$$

10. No referencial o.n. Oxy da figura, está representado o trapézio isósceles $[ABCD]$ de bases $[AB]$ e $[CD]$.



Sabe-se que:

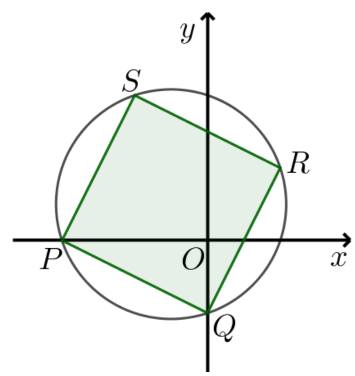
- $A(2, 1)$ e $B(2, -4)$;
- o vértice D pertence ao semieixo positivo das abcissas;
- $\overline{AD} = 3$.

10.1 Escreve uma equação que defina analiticamente a reta AB.

10.2 Escreve uma condição que defina analiticamente o interior da circunferência de centro no vértice B e que passa no vértice C.

10.3 Determina as coordenadas dos vértices C e D.

11. No referencial o.n. Oxy da figura está representado o quadrado $[PQRS]$, inscrito numa circunferência. As coordenadas dos vértices P, Q e R são, respetivamente, $(-4, 0)$, $(0, -2)$ e $(2, 2)$.



11.1 Determina a área do quadrado $[PQRS]$.

11.2 Determina as coordenadas do vértice S.

11.3 Determina a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[PQ]$.

11.4 Determina a equação reduzida da reta PQ.

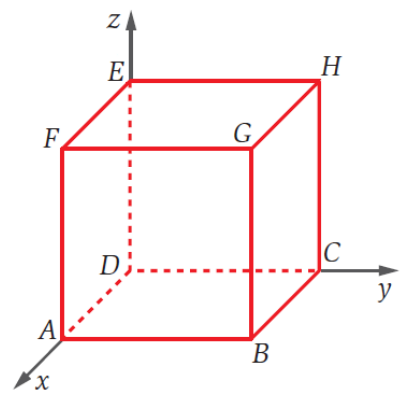
11.5 Determina a equação reduzida da circunferência.

11.6 Determina as coordenadas do ponto T, do 4º quadrante, tal que $\overline{TQ} = \overline{TR} = 5$.

12. Considera, num referencial o.n. do plano, os vetores $\vec{u}(-1, 1-t)$ e $\vec{v}(1+t, 2)$, com $t \in \mathbb{R}$.

Determina os valores de t de modo que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam colineares.

13. Considera o cubo $[ABCDEFGH]$, representado no referencial ortonormado do espaço de origem D.



As coordenadas dos vértices A e G são, respetivamente, $(1, 0, 0)$ e $(1, 1, 1)$.

13.1 Indica as coordenadas dos vértices B, C, D, E, F e H.

13.2 Indica uma equação que defina o plano que contém a face $[ABGF]$.

13.3 Define por uma condição cartesiana a reta EF.

13.4 Determina $\overline{DG}$.

13.5 Determina, recorrendo a letras da figura:

13.5.1 $F + \overrightarrow{AC}$;

13.5.2 $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{GH}$;

13.5.3 $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FH} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GE}$.

13.6 Considera o cubo que é a imagem do cubo $[ABCDEFGH]$ pela translação de vetor $2\overrightarrow{GB}$. Indica as coordenadas dos vértices desse cubo.

14. Considera, num referencial o.n. do espaço, a esfera definida por:

$$(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 \leq 16$$

14.1 Indica o raio e as coordenadas do centro da esfera.

14.2 Escreve equações dos planos tangentes à esfera que são paralelos ao plano xOz.

14.3 Determina a área da figura definida pela interseção da esfera com o plano de equação $x = 2$.

15. Considera os vetores seguintes, num referencial o.n. do espaço:

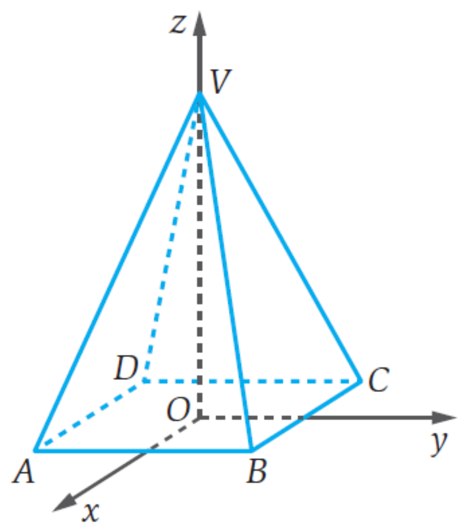
$$\vec{a}\left(-1,\ 2,\ -\sqrt{3}\right),\ \vec{b}\left(\sqrt{3}, -2\sqrt{3}, 3\right) \text{ e } \vec{c}\left(\sqrt{5}, -2, 4\right)$$

15.1 Mostra que os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são colineares.

15.2 Determina a norma do vetor $\vec{b} - \vec{a}$.

15.3 Determina as coordenadas do vetor colinear ao vetor $\vec{c}$, com o sentido contrário ao deste e norma 10.

16. Na figura está representada, em referencial o.n. do espaço, a pirâmide quadrangular regular $[ABCDV]$.



Sabe-se que:

- $A(3, -3, 0)$ e $C(-3, 3, 0)$;
- o vértice V pertence ao eixo Oz;
- o volume da pirâmide é 96.

16.1 Indica as coordenadas dos vértices B e D.

16.2 Identifica, recorrendo a letras da figura, o vetor soma $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

16.3 Define, por meio de uma equação cartesiana, o plano mediador do segmento de reta $[AB]$.

16.4 Mostra que o vértice V tem coordenadas $(0, 0, 8)$.

16.5 Determina a área do polígono que resulta da interseção da pirâmide com o plano de equação $x = 0$.

16.6 Determina a equação reduzida da superfície esférica de centro no vértice V e que contém os vértices da base da pirâmide.

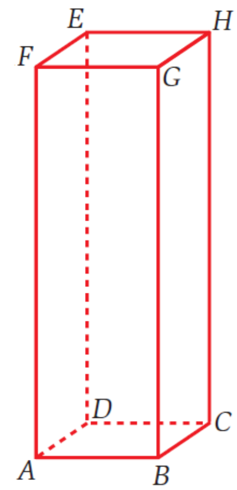
16.7 Indica as coordenadas do ponto simétrico do vértice V relativamente ao plano xOy.

16.8 Indica uma equação vetorial da reta AV.

17. Na figura, está representado o parelelepípedo reto $\left[ABCDEFGH\right]$.

Fixado um determinado referencial o.n $Oxyz$, tem-se:

$A\left(0,3,2\right)$, $B\left(1,-3,-1\right)$, $G\left(4,-21,36\right)$ e $H\left(-2,-22,36\right)$.



17.1 Determina uma equação do plano mediador do segmento de reta $\left[AB\right]$. Apresenta-a na forma $ax+by+cz=d$.

17.2 Define, por uma equação vetorial, a reta AF.

17.3 Determina as coordenadas dos vértices C, D, E e F.

17.4 Determina uma condição que defina a esfera cuja superfície contém os vértices do paralelepípedo.

Carlos Andrade, Pedro Pimenta e Simone Azevedo

DOMÍNIOS: Lógica e Álgebra (Radicais e potências de expoente fracionário)

1. Escreve, em linguagem natural, a negação das proposições:

1.1 «O Cristiano Ronaldo joga na Juventus e é natural da Madeira.»

1.2 «Hoje vou ao cinema ou à praia.»

2. Representa, em extensão, os seguintes conjuntos:

2.1 $\left\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x = 0\right\}$

2.2 $\left\{x \in \mathbb{Z}^- : 2x - 5 < 2 \wedge -2x - 2 \leq 1\right\}$

3. Qual das seguintes condições é universal, em $\mathbb{R}$?

(A) $\sqrt[4]{x^5} = \sqrt[5]{x^4}$

(B) $\sqrt[3]{x^2} = \sqrt[12]{x^8}$

(C) $x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{x^2}$

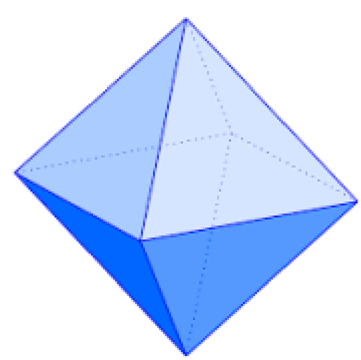
(D) $x^{\frac{4}{3}} = \sqrt[4]{x^3}$

4. Mostra que a proposição $\sqrt{50} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ é verdadeira.

5. Considera um octaedro cujo comprimento das arestas é dado por a, com $a \in \mathbb{R}^+$.

Mostra que o volume do octaedro, em função de a, é dado por

$$\frac{a^3}{3} \times \sqrt{2}$$



6. A potência de expoente racional $5^{-\frac{1}{3}}$ é igual a:

(A) -125

(B) $\frac{1}{125}$

(C) $-\sqrt[3]{5}$

(D) $\sqrt[3]{\frac{1}{5}}$

SOLUÇÕES

Geometria Analítica

1. (C)

2. (B)

3. (B)

4. (C)

5. (D)

6. (C)

7. (A)

8. (C)

9. $C(3,-4)$; $r=\sqrt{2}$

10.1. $x=2$

10.2 $(x-2)^2+(y+4)^2<9$

10.3 $D\left(2\sqrt{2},0\right)$; $C\left(2\sqrt{2},-3\right)$

11.1 20

11.2 $(-2,4)$

11.3 $y=2x+3$

11.4 $y=-\frac{1}{2}x-2$

11.5 $(x+1)^2+(y-1)^2=10$

11.6 $T(5,-2)$

12. $-\sqrt{3}$ ou $\sqrt{3}$.

13.1 $B(1,1,0)$, $C(0,1,0)$, $D(0,0,0)$, $E(0,0,1)$, $F(1,0,1)$ e $H(0,1,1)$.

13.2 $x=1$

13.3 $y=0 \wedge z=1$

13.4 $\sqrt{3}$

15.5.1 H

15.5.2 $\overrightarrow{FD}$

15.5.3 $\overrightarrow{AC}$

13.6 $A'(1,0,-2)$, $B'(1,1,-2)$, $C'(0,1,-2)$, $D'(0,0,-2)$, $E'(0,0,-1)$, $F'(1,0,-1)$, $G'(1,1,-1)$ e $H'(0,1,-1)$.

14.1 $r=4$; $C(2,0,-1)$.

14.2 $y=\pm\sqrt{11}$

14.3 16π

15.2 $\sqrt{32+16\sqrt{3}}$

15.3 $\left(-2\sqrt{5},4,-8\right)$

16.1 $B(3,3,0)$ e $D(-3,-3,0)$.

16.2 $\overrightarrow{AC}$

16.3 $y=0$

16.5 24

16.6

$$x^2+y^2+(z-8)^2=82$$

16.7 $(0,0,-8)$

16.8 Por exemplo: $(x,y,z)=(0,0,8)+k(-3,3,8)$ $(k\in\mathbb{R})$

17.1 $x-6y-3z=-1$

17.2 Por exemplo: $(x,y,z)=(0,3,2)+k(3,-18,37)$ $(k\in\mathbb{R})$

17.3 $C(-5,-4,-1)$, $D(-6,2,2)$, $E(-3,-16,39)$ e $F(3,-15,39)$.

17.4

$$(x+1)^2+\left(y+\frac{19}{2}\right)^2+(z-19)^2=\frac{1785}{4}$$

Lógica e Álgebra (Radicais e potências de expoente fracionário)

1.1 «O Cristiano Ronaldo não joga na Juventus ou não é natural da Madeira.»

1.2 «Hoje não vou ao cinema nem à praia.»

2.1 $\{2\}$

2.2 $\{-1\}$

3. (B)

6. (D)

Carlos Andrade, Pedro Pimenta e Simone Azevedo