1.

$A_{\text{retângulo}} = 4r \times 2r = 8r^2$

$A_{\text{círculo}} = \pi r^2$

$2 \times A_{\text{círculo}} = 2\pi r^2$

$A_{\text{região}} = 8r^2 - 2\pi r^2 = 2r^2(4-\pi)$

Opção (C)

2.

$$A_{\text{triângulo}} = 3 \Leftrightarrow \frac{\left(4-\sqrt{6}\right)\times \overline{BC}}{2} = 3$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \frac{6}{4-\sqrt{6}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \frac{6\left(4+\sqrt{6}\right)}{\left(4-\sqrt{6}\right)\left(4+\sqrt{6}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \frac{6\left(4+\sqrt{6}\right)}{10}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \frac{3\left(4+\sqrt{6}\right)}{5}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \frac{12+3\sqrt{6}}{5}$$

3. Medida do lado de cada azulejo: $\sqrt{232}$

Medidas dos lados do painel: $7\sqrt{232}$ e $3\sqrt{232}$

Seja d a medida da diagonal e aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$d^2 = \sqrt{\left(7\sqrt{232}\right)^2 + \left(3\sqrt{232}\right)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow d^2 = \sqrt{49\times 232 + 9\times 232}$$

$$\Leftrightarrow d^2 = \sqrt{13456}$$

$$\Leftrightarrow d = 116$$

Opção (A)

4. $P\left(k^2-2k, k+4\right)$, $k \in \mathbb{R}$

4.1. $P \in Oy \Leftrightarrow k^2-2k=0 \Leftrightarrow k\left(k-2\right)=0 \Leftrightarrow k=0 \vee k=2$

$k \in \{0, 2\}$

4.2. A bissetriz dos quadrantes ímpares é definida pela reta de equação $y = x$.

O ponto P pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares se tiver abcissa igual à ordenada.

$$k^2-2k=k+4 \Leftrightarrow k^2-3k-4=0$$

$$\Leftrightarrow k=\frac{3\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}$$

$$\Leftrightarrow k=-1 \vee k=4$$

$k \in \{-1, 4\}$

4.3. Sabe-se que o ponto P pertence à reta que passa pelo ponto $A(-3, 7)$ e é paralela ao eixo das abcissas. Então, P pertence à reta de equação $y=7$.

$k+4=7 \Leftrightarrow k=3$

$k \in \{3\}$

5.

$$P(6-2k, k-5) \in 4.^{\circ}\text{Q} \Leftrightarrow 6-2k>0 \wedge k-5<0$$

$$\Leftrightarrow -2k>-6 \wedge k<5$$

$$\Leftrightarrow k<3 \wedge k<5$$

$$\Leftrightarrow k<3$$

Opção (A)

6.

6.1. A equação define uma circunferência de centro $C(2,-1)$ e raio $\sqrt{3}$.

Opção (C)

6.2. Seja $C(2,-1)$ o centro da circunferência e $A(1,2)$.

$$\overline{AC}=\sqrt{(1-2)^2+(2+1)^2}=\sqrt{10}>\sqrt{3}$$

O ponto A é exterior à circunferência de centro $C(2,-1)$ e raio $\sqrt{3}$.

6.3. $\overline{OA}=\sqrt{(1-0)^2+(2-0)^2}=\sqrt{5}$

$\overline{OB}=3$

$$\overline{AB}=\sqrt{(3-1)^2+(0-2)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

Como as medidas dos lados do triângulo são todas diferentes, o triângulo é escaleno.

6.4. A circunferência de diâmetro $[AB]$ tem centro no ponto médio de $[AB]$ e raio igual a $\frac{\overline{AB}}{2}$.

$$M_{[AB]}=\left(\frac{1+3}{2},\frac{2+0}{2}\right)=(2,1)$$

$$\overline{AB}=\sqrt{(3-1)^2+(0-2)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

$$\frac{\overline{AB}}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$

Assim, a equação cartesiana da circunferência pedida é: $(x-2)^2+(y-1)^2=2$

6.5. Vamos começar por definir, analiticamente, a reta *AB*.

Declive da reta *AB*: $m=\frac{0-2}{3-1}=-1$

$y=mx+b$
$y=-x+b$

Como $B(3,0)\in AB$, então:

$0=-3+b\Leftrightarrow b=3$

$\therefore\quad AB: y=-x+3$

Como $P\in AB$, então *P* tem coordenadas do tipo $P(x,-x+3)$.

$$\begin{aligned}\overline{AP}=4\sqrt{2}&\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)^2+(-x+3-2)^2}=\sqrt{32}\\&\Leftrightarrow(x-1)^2+(-x+1)^2=32\\&\Leftrightarrow x^2-2x+1+x^2-2x+1=32\\&\Leftrightarrow 2x^2-4x-30=0\Leftrightarrow x^2-2x-15=0\\&\Leftrightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\times1\times(-15)}}{2}\\&\Leftrightarrow x=-3\vee x=5\end{aligned}$$

Como $P\in 4.^{\text{o}}Q$ vem que $x>0$, isto é, $x=5$.

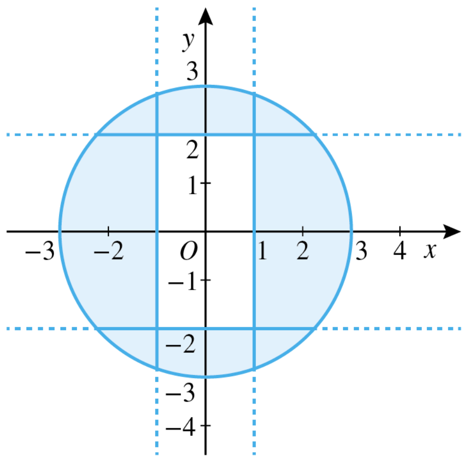
Logo, $(x,-x+3)=(5,-5+3)=(5,-2)$, ou seja, $P(5,-2)$.

7. $A=\{(x,y)\in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2\le 9 \wedge (|x|\ge 1 \vee |y|\ge 2)\}$

$x^2+y^2\le 9$ define um círculo de centro na origem e raio 3

$|x|\ge 1 \Leftrightarrow x\ge 1 \vee x\le -1$

$|y|\ge 2 \Leftrightarrow y\ge 2 \vee y\le -2$



8. Seja $a\in \mathbb{R}^+$ a abcissa do ponto A.

A equação da bissetriz dos quadrantes ímpares é $y=x$.

O ponto A pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares, pelo que $A(a,a)$.

A ordenada do ponto *B* excede em 2 unidades a ordenada do ponto *A*, então $y_B=a+2$.

A equação da bissetriz dos quadrantes pares é $y=-x$.

O ponto B pertence à bissetriz dos quadrantes pares, pelo que $B(-a-2,a+2)$.

$$\overline{OA}=\sqrt{(a-0)^2+(a-0)^2}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2a^2}\underset{a>0}{=}\sqrt{2}a$$

$$\overline{OB}=\sqrt{(a+2-0)^2+(-a-2-0)^2}=\sqrt{(a+2)^2+(-a-2)^2}=\sqrt{(a+2)^2+(a+2)^2}=$$

$$=\sqrt{2(a+2)^2}\underset{a>0}{=}\sqrt{2}(a+2)$$

$$A_{[AOB]}=3\Leftrightarrow \frac{\overline{OA}\times\overline{OB}}{2}=3\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}a\times\sqrt{2}(a+2)}{2}=3\Leftrightarrow a(a+2)=3\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2+2a-3=0\Leftrightarrow a=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a=1\vee a=-3$$

Como $a>0$, $a=1$.

Assim, $A(1,1)$ e $B(-3,3)$.