1.

1.1. Sabe-se que $\overline{AB} = x+1$ e $\overline{BC} = x$.

Pretende-se que o perímetro do retângulo [*ABCD*] seja menor que 20, ou seja, $2\times\overline{AB} + 2\times\overline{BC} < 20$.

$2(x+1)+2x<20 \ \wedge \ x+1>0 \ \wedge \ x>0 \ \Leftrightarrow \ 2x+2+2x<20 \ \wedge \ x>-1 \ \wedge \ x>0 \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ 4x<18 \ \wedge \ x>-1 \ \wedge \ x>0 \ \Leftrightarrow \ x<\frac{9}{2} \ \wedge \ x>0 \ \Leftrightarrow \ x\in \left]0, \frac{9}{2}\right[$

Resposta: $x\in \left]0, \frac{9}{2}\right[$

1.2. Se $x=\sqrt{12}$, então $\overline{AB} = \sqrt{12}+1$ e $\overline{BC} = \sqrt{12}$.

Sabendo que $\sqrt{12} = \sqrt{2^2\times 3} = 2\sqrt{3}$, tem-se $\overline{AB} = 2\sqrt{3}+1$ e $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$.

$A_{[ABCD]} = \overline{BC}\times\overline{AB} = 2\sqrt{3}\times\left(2\sqrt{3}+1\right) = 4\times 3+2\sqrt{3} = 12+2\sqrt{3}$, como se pretendia mostrar.

1.3. Sabe-se que $\overline{AC} = \sqrt{13}$.

Pelo Teorema de Pitágoras:

$x^2+(x+1)^2 = \sqrt{13}^2 \ \Leftrightarrow \ x^2+x^2+2x+1=13 \ \Leftrightarrow \ 2x^2+2x-12=0 \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ x^2+x-6=0 \ \Leftrightarrow \ x=\frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{2} \ \Leftrightarrow \ x=2 \ \vee \ x=-3$

Como $x>0$ e atendendo ao contexto, conclui-se que $x=2$.

Assim, $\overline{AB}=3$ e $\overline{BC}=2$.

Sendo P o perímetro do retângulo, tem-se:

$P=2\times 3+2\times 2=10$

Resposta: O perímetro do retângulo é igual a 10 unidades de comprimento.

2.

2.1. $2-k<0 \ \wedge \ k+1>0 \ \Leftrightarrow \ -k<-2 \ \wedge \ k>-1 \ \Leftrightarrow \ k>2 \ \wedge \ k>-1 \ \Leftrightarrow \ k>2$

Resposta: $k\in \left]2, +\infty\right[$

2.2. $2-k<0 \ \wedge \ k+1<0 \ \Leftrightarrow \ k>2 \ \wedge \ k<-1 \ \rightarrow$ Condição impossível

Resposta: Conclui-se que a afirmação é falsa, uma vez que a condição para P pertencer ao 3.º Q é impossível.

3.1. **a)** $A \cap \overline{B} = \{P(x, y): x \leq 3 \wedge y \leq 1\}$

Resposta: Por exemplo, $T(2, -5)$.

b) $T \in C$ e tem abcissa negativa.

$C = \{P(x, y): 1 < x \vee y < 2\}$

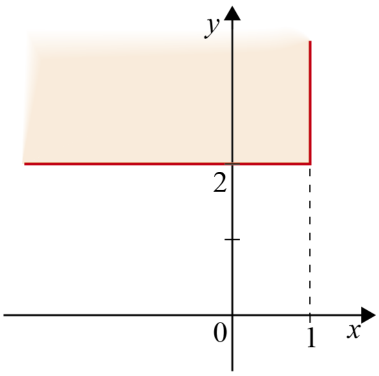
Se o ponto T tem abcissa negativa e pertence a C, então a ordenada de T é menor que 2.

Resposta: Por exemplo, $T(-3, 1)$.

3.2. $\sim (1 < x \ \vee \ y - 2 < 0) \Leftrightarrow x \leq 1 \ \wedge \ y - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1 \ \wedge \ y \geq 2$

$\overline{C} = \{P(x, y): x \leq 1 \wedge y \geq 2\}$

Resposta:



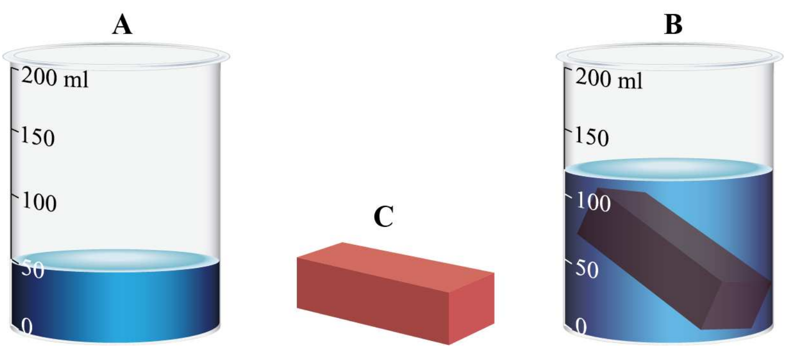
4.1. **a) Resposta:** $D(0, 8, 5)$

b) Resposta: $G'(12, 8, -5)$

4.2. **a) Resposta:** $y = 8$

b) Resposta: $x = 12 \wedge y = 8$

5.



Repara que se $1\,\text{L} = 1\,\text{dm}^3$, então $1000\,\text{ml} = 1000\,\text{cm}^3$, donde se conclui que $1\,\text{ml} = 1\,\text{cm}^3$.

Na situação B, o volume do líquido e do paralelepípedo é igual a $120\,\text{cm}^3$.

Na situação A, o volume correspondente ao líquido é igual a $50\,\text{cm}^3$.

Assim, o volume do paralelepípedo, em cm^3, é dado por $120-50$, ou seja, $70\,\text{cm}^3$.

Como $70 = 2\times5\times7$:

70	2
35	5
7	7
1	

Resposta: No contexto apresentado, as dimensões do paralelepípedo são 2 cm por 5 cm por 7 cm.

FIM