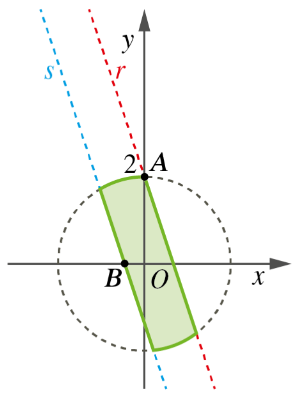
1. $x^2+y^2+4x-6y+9=0 \Leftrightarrow x^2+4x+4-4+y^2-6y+9=0 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-3)^2=4$

$(x+2)^2+(y-3)^2=4$ é a equação da circunferência de centro $(-2,3)$ e raio 2.

Resposta: Opção correta **(B)**

2.

2.1. O ponto B é a interseção da reta s com o eixo Ox.



$0=-3x-\frac{4}{3} \Leftrightarrow 3x=-\frac{4}{3} \Leftrightarrow x=-\frac{4}{9}$

Assim, $B\left(-\frac{4}{9}, 0\right)$, pelo que:

$$\begin{cases} 2k=-\frac{4}{9} \\ 5-4m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=-\frac{2}{9} \\ m=\frac{5}{4} \end{cases}$$

Resposta: Opção correta **(B)**

2.2. Equação da circunferência: $x^2+y^2=4$

Equação da reta s: $y=-3x-\frac{4}{3}$

Equação da reta r: $y=-3x+2$

Região sombreada: $x^2+y^2 \leq 4 \ \wedge \ y \geq -3x-\frac{4}{3} \ \wedge \ y \leq -3x+2$

Resposta: $x^2+y^2 \leq 4 \ \wedge \ y \geq -3x-\frac{4}{3} \ \wedge \ y \leq -3x+2$

3. Declive da reta r: $m=\frac{-3}{\frac{1}{2}}=-6$

Então, a equação reduzida da reta é do tipo $y=-6x+b$.

Atendendo a que $\left(-\frac{5}{3}, 2\right)$ é um ponto pertencente à reta, então:

$2=-6\times\left(-\frac{5}{3}\right)+b \Leftrightarrow 2=10+b \Leftrightarrow b=-8$

Equação reduzida da reta: $y=-6x-8$

Resposta: Opção correta **(C)** $y=-6x-8$

4.

4.1. $\vec{v} = k\vec{u}\ ,\ k \in \mathbb{R}^-$

$\|\vec{v}\| = 8 \Leftrightarrow |k|\|\vec{u}\| = 8 \Leftrightarrow |k|\sqrt{16+9} = 8 \Leftrightarrow |k| = \frac{8}{5} \Leftrightarrow k = \frac{8}{5} \vee k = -\frac{8}{5}$

Como $k < 0$, conclui-se que $k = -\frac{8}{5}$.

Então, $\vec{v} = -\frac{8}{5}(-4,\ 3) = \left(\frac{32}{5},\ -\frac{24}{5}\right)$.

Resposta: $\vec{v}\left(\frac{32}{5},\ -\frac{24}{5}\right)$

4.2. $\overrightarrow{AP} = P - A = \left(5m+1+3\ ,\ 8+9m^2-8\right) = \left(5m+4\ ,\ 9m^2\right)$

$\overrightarrow{BC} = C - B = \left(\frac{7}{3},\ 1\right)$

$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m+4 = \frac{7}{3} \\ 9m^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m = -\frac{5}{3} \\ m^2 = \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{3} \\ m = \frac{1}{3} \vee m = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}$$

Resposta: $m = -\frac{1}{3}$

4.3. $\overrightarrow{AC} = C - A = (5,\ -3)$

Declive da reta AC: $-\frac{3}{5}$

As opções (A) e (D) são as únicas com declive $-\frac{3}{5}$.

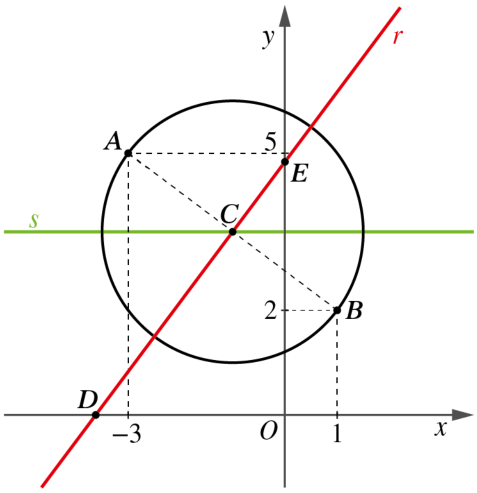
Equação da reta AC: $y = -\frac{3}{5}x + b$

Como a reta AC passa no ponto C, então $5 = -\frac{3}{5} \times 2 + b \Leftrightarrow b = \frac{31}{5}$, pelo que $y = -\frac{3}{5}x + \frac{31}{5}$.

O ponto $(7,\ 2)$ pertence à reta $y = -\frac{3}{5}x + \frac{31}{5}$ e o ponto $(1,\ 1)$ não pertence.

Resposta: Opção correta **(A)** $\quad (x,\ y) = (7\ ,\ 2) + k(5, -3),\ k \in \mathbb{R}$

5.



5.1. C é o ponto médio de $[AB]$.

$$C\left(\frac{-3+1}{2}, \frac{5+2}{2}\right)=\left(-1, \frac{7}{2}\right)$$

Equação da reta s: $y=\frac{7}{2}$

Resposta: $y=\frac{7}{2}$

5.2. Seja o ponto $P(x, y)$.

$$\overline{AP}=\overline{BP} \Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2+(y-5)^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2+6x+9+y^2-10y+25=x^2-2x+1+y^2-4y+4 \Leftrightarrow -6y=-8x-29 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow y=\frac{4}{3}x+\frac{29}{6}$ é a equação reduzida da reta r.

Coordenadas do ponto D:

Se $y=0$, tem-se $0=\frac{4}{3}x+\frac{29}{6} \Leftrightarrow \frac{4}{3}x=-\frac{29}{6} \Leftrightarrow x=-\frac{29}{8}$.

$$D\left(-\frac{29}{8}, 0\right)$$

Coordenadas do ponto E: $E\left(0, \frac{29}{6}\right)$

Resposta: $D\left(-\frac{29}{8}, 0\right)$ e $E\left(0, \frac{29}{6}\right)$

5.3. $\overrightarrow{AB}=B-A=(4, -3)$

Declive da reta AB: $-\frac{3}{4}$

Uma equação da reta AB é do tipo $y=-\frac{3}{4}x+b$ e passa pelo ponto A.

$$5=-\frac{3}{4}\times(-3)+b \Leftrightarrow b=\frac{11}{4}$$

$$y=-\frac{3}{4}x+\frac{11}{4}$$

Resposta: $y=-\frac{3}{4}x+\frac{11}{4}$

6.

6.1. $A(4,\,0,\,0)$ e $V(2,\,2,\,8)$

$\overline{OA}=\overline{AB}=4$

$\overline{VA}=\sqrt{(2-4)^2+(2-0)^2+(8-0)^2}=\sqrt{4+4+64}=\sqrt{72}=\sqrt{2^3\times 3^2}=6\sqrt{2}$

$\overline{AB}+\overline{BV}+\overline{VA}=4+6\sqrt{2}+6\sqrt{2}=4+12\sqrt{2}$

Resposta: Opção correta **(B)** $4+12\sqrt{2}$

6.2. $B(4,\,4,\,0)$ e $V(2,\,2,\,8)$

Então, $M\left(\frac{4+2}{2},\,\frac{4+2}{2},\,\frac{0+8}{2}\right)=(3,\,3,\,4)$.

Resposta: Opção correta **(A)** $y=3$

6.3. Uma equação vetorial da reta AV: $(x,y,z)=A+k\overrightarrow{AV}$, $k\in\mathbb{R}$

$(x,y,z)=(4,0,0)+k(-2,2,8)$, $k\in\mathbb{R}$

O ponto de interseção da reta AV com o plano yOz é o ponto da reta AV de coordenadas $(0,y,z)$.

$(0,y,z)=(4,0,0)+k(-2,2,8)$, $k\in\mathbb{R}$

Daqui resulta: $\begin{cases}-2k+4=0\\ 2k+0=y\\ 8k+0=z\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=2\\ y=4\\ z=16\end{cases}$

Resposta: O ponto pedido tem coordenadas $(0,\,4,\,16)$.

6.4. Seja $P(x,y,z)$ e $\overline{PA}=\overline{PV}$.

$\sqrt{(x-4)^2+(y-0)^2+(z-0)^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2+(z-8)^2}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2-8x+16+y^2+z^2=x^2-4x+4+y^2-4y+4+z^2-16z+64\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -8x+4x+4y+16z+16-4-4-64=0\Leftrightarrow -4x+4y+16z-56=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -x+y+4z-14=0$

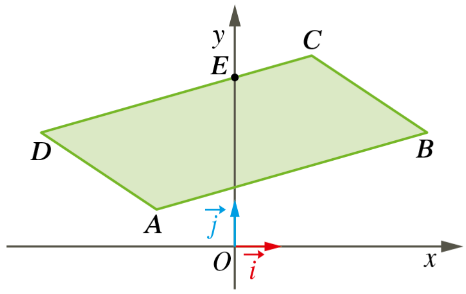
Equação do plano mediador de $[AV]$: $-x+y+4z-14=0$

A interseção do plano com o eixo Oz é um ponto do tipo $(0,0,z)$.

$0+0+4z=14\Leftrightarrow z=\frac{7}{2}$, logo as coordenadas do ponto de interseção são $\left(0,\,0,\,\frac{7}{2}\right)$.

Resposta: $\left(0,\,0,\,\frac{7}{2}\right)$

7.



7.1. $D = A + \overrightarrow{BC} = (-2,1) + ((2,5) - (5,3)) = (-5,3)$

Resposta: $D(-5,3)$

7.2. O declive da reta CD é igual ao declive da reta AB.

$\overrightarrow{AB} = B - A = (7,2)$

Declive da reta AB : $\dfrac{2}{7}$

Equação reduzida da reta CD : $y = \dfrac{2}{7}x + b$

$C(2,\ 5)$ é um ponto da reta.

$5 = \dfrac{2}{7} \times 2 + b \Leftrightarrow b = \dfrac{31}{7}$

O ponto E tem coordenadas $\left(0,\ \dfrac{31}{7}\right)$.

Resposta: $\left(0,\ \dfrac{31}{7}\right)$