

Teste N.º 5

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

10.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

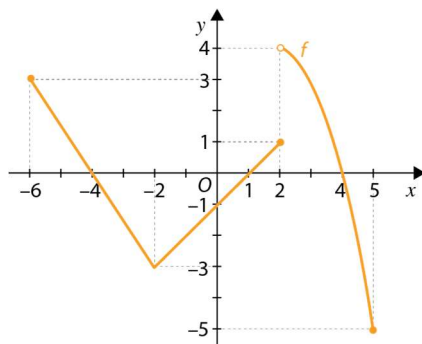
Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere a função f , real de variável real, cujo gráfico está representado, num referencial o.n. Oxy , na figura seguinte.



1.1 Indique o domínio, o contradomínio e os zeros de f .

1.2 Estude a função f quanto à monotonia e à existência de extremos relativos e absolutos, indicando-os, caso existam.

1.3 Seja h a função de domínio \mathbb{R} , definida por $h(x) = 2x - 5$.

Qual é o valor de $(h^{-1} \circ f)(2)$?

(O símbolo \circ designa composição de funções.)

- (A) $-\frac{9}{2}$ (B) -3 (C) $\frac{9}{2}$ (D) 3

2. Considere a função polinomial f definida por $f(x) = -x^4 - x^3 + 7x^2 + x - k$, onde k é um número real.

2.1 Para um determinado valor real de k , o resto da divisão do polinómio que define a função f por $x + 2$ é 8.

Qual é o valor de k ?

- (A) 4 (B) 10 (C) -4 (D) -10

2.2 Considere, agora, $k = 6$.

Sabendo que -1 e 1 são zeros da função f , determine, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, o conjunto dos números reais para os quais a função f é negativa.

Apresente a sua resposta na forma de intervalo ou de reunião de intervalos de números reais.

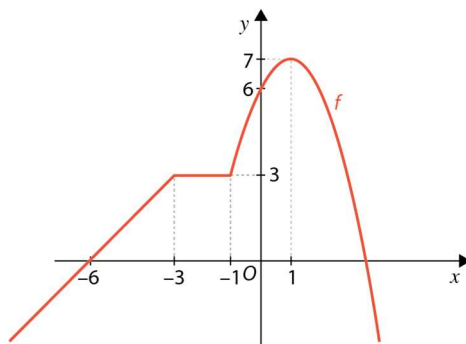
3. Considere a função f , real de variável real, definida por $f(x) = x^2 - 5x + 2$ e a reta r , definida por $y = x + 2$.

Sejam A e B os pontos de interseção do gráfico de f com a reta r .

Qual é o valor de \overline{AB} ?

- (A) $2\sqrt{2}$ (B) $4\sqrt{2}$ (C) $6\sqrt{2}$ (D) $8\sqrt{2}$

4. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , cujo gráfico está parcialmente representado, num referencial o.n. Oxy , na figura seguinte.



Sabe-se que:

- em $]-\infty, -3]$, a função é representada por parte de uma reta de declive positivo e, em $]-3, -1]$, por parte de uma reta de declive nulo;
- em $]-1, +\infty[$, a função é representada por parte de uma parábola com vértice de coordenadas $(1, 7)$ e que interseca o eixo Oy no ponto de ordenada 6;
- -6 é zero da função;
- os pontos de coordenadas $(-3, 3)$ e $(-1, 3)$ pertencem ao gráfico de f .

4.1 Seja g uma função tal que $g(x) = -f(x - 4) + 6$.

As coordenadas do ponto cuja ordenada é o mínimo da função g são:

- (A) $(5, -1)$ (B) $(-5, 1)$ (C) $(5, 1)$ (D) $(-5, -1)$

4.2 Defina analiticamente a função f .

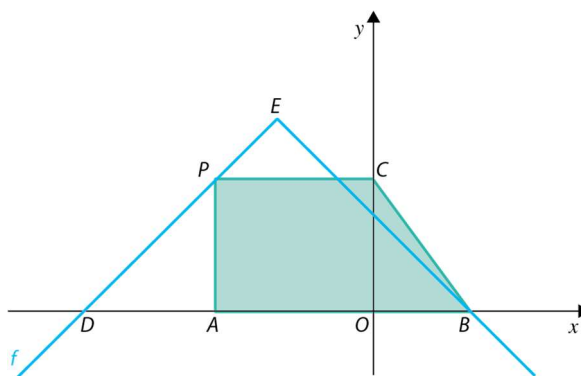
5. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = -5|x + 1| + 2$.

Em qual das seguintes opções se encontra a função f definida por ramos?

(A) $f(x) = \begin{cases} -5x - 7 & \text{se } x \geq -1 \\ 5x + 3 & \text{se } x < -1 \end{cases}$ (B) $f(x) = \begin{cases} -5x + 3 & \text{se } x \geq -1 \\ 5x - 7 & \text{se } x < -1 \end{cases}$

(C) $f(x) = \begin{cases} -5x + 7 & \text{se } x \geq -1 \\ 5x - 3 & \text{se } x < -1 \end{cases}$ (D) $f(x) = \begin{cases} -5x - 3 & \text{se } x \geq -1 \\ 5x + 7 & \text{se } x < -1 \end{cases}$

6. Na figura estão representados, num referencial o.n. Oxy , o gráfico de uma função f e o trapézio $[ABCP]$.



Sabe-se que:

- f é definida analiticamente por $f(x) = -|x + 2| + 4$;
- P é um ponto que se desloca ao longo do segmento de reta $[DE]$, nunca coincidindo com o ponto D nem com o ponto E ;
- A é a projeção ortogonal de P sobre o eixo Ox ;
- B é ponto do gráfico de f de abscissa positiva e ordenada nula;
- C pertence ao eixo das ordenadas e tem a mesma ordenada do ponto P .

Seja x a abscissa do ponto P .

Resolva os itens seguintes, recorrendo exclusivamente a métodos analíticos.

6.1 Resolva a inequação $f(x) < 3f(-5)$.

Apresente o conjunto-solução usando a notação de intervalos de números reais.

6.2 Mostre que a área do trapézio $[ABCP]$ é dada, em função de x , por:

$$A(x) = -x^2 - 5x + 6, \quad x \in]-6, -2[$$

6.3 Determine o conjunto dos valores de x para os quais a área do trapézio $[ABCP]$ é inferior a 10.

Apresente o resultado sob a forma de intervalo de números reais.

7. Considere, num referencial o.n. Oxy , as funções definidas em \mathbb{R} , por:

$$f(x) = x^6 - 3x^3 + 8x + 7 \quad \text{e} \quad g(x) = -x^2 - x + 2$$

Sabe-se que:

- A e B são os pontos de interseção do gráfico de g com o eixo das abscissas;
- C é um ponto do primeiro quadrante que se desloca sobre o gráfico da função f .

Seja a ($a > 0$) a abscissa do ponto C .

Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de a para o qual a área do triângulo $[ABC]$ é igual a 36, sabendo que este valor existe e é único.

Na sua resposta:

- determine analiticamente as abscissas dos pontos A e B ;
- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) e, caso seja necessário, com arredondamento às centésimas;
- apresente o valor de a , arredondado às décimas.

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	3	4.1	4.2	5.	6.1	6.2	6.3	7.	Total
15	15	10	10	20	10	10	20	10	20	20	20	20	200