

Teste N.º 4

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

10.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

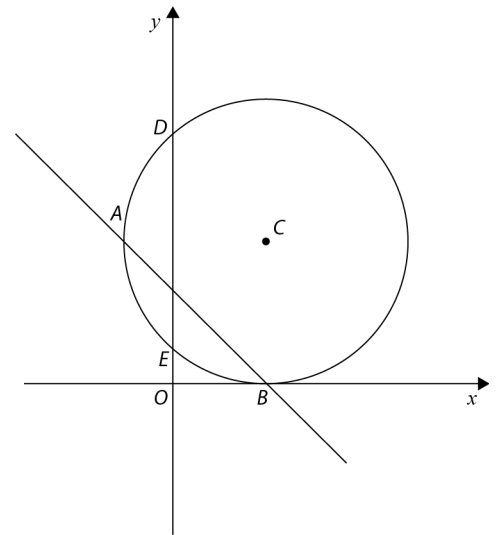
Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura estão representados, num referencial o.n. Oxy , a circunferência de centro no ponto C , tangente ao eixo Ox , os pontos A, B, C, D e E e a reta AB .

Sabe-se, ainda, que:

- a circunferência é definida por $x^2 - 4x + y^2 - 6y = -4$;
- A é o ponto da circunferência de abscissa negativa e ordenada igual à do ponto C ;
- B é o ponto de interseção da circunferência com o eixo Ox ;
- D e E são os pontos de interseção da circunferência com o eixo Oy , sendo D o ponto de maior ordenada.



1.1. Mostre que as coordenadas do ponto C são $(2, 3)$.

1.2. Determine a equação reduzida da reta AB .

1.3. Determine o valor exato da área do triângulo $[DEC]$.

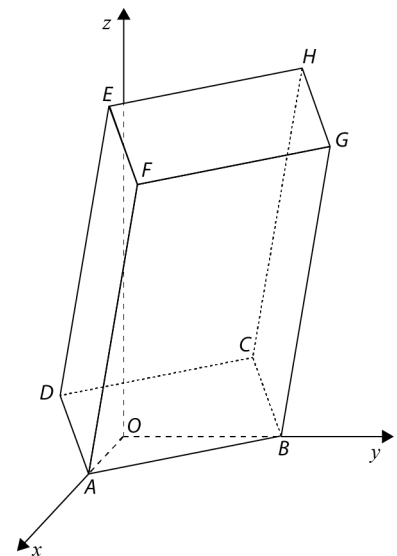
2. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma retangular reto $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(4, 0, 0)$;
- o ponto B tem coordenadas $(0, 6, 0)$;
- o ponto D tem coordenadas $(1, -2, 2)$;
- o ponto H tem coordenadas $(3, 8, 15)$.

2.1. O plano paralelo a xOz que passa no ponto H pode ser definido por:

- (A) $x = 3$
- (B) $y = 8$
- (C) $z = 15$
- (D) $x = 3 \wedge z = 15$



2.2. Determine uma equação vetorial da reta paralela à reta DB que passa em F .

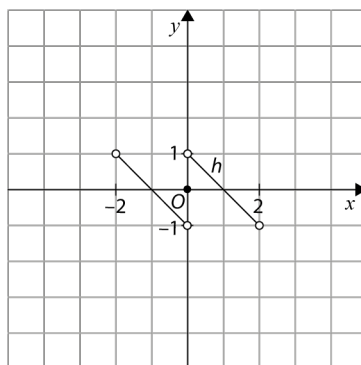
2.3. Determine uma equação do plano medidor de $[AD]$.

Apresente essa equação na forma $ax + by + cz + d = 0$.

2.4. Considere a superfície esférica de diâmetro $[AB]$.

Determine o valor exato do perímetro da interseção da superfície esférica com o plano yOz .

3. Na figura está representado, num referencial o.n. Oxy , o gráfico de uma função h , de domínio $] -2, 2[$.



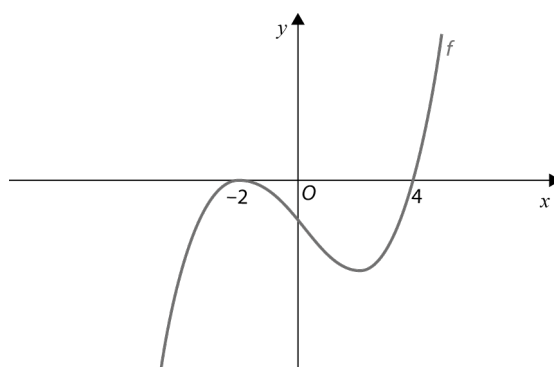
Considere as seguintes proposições:

- I. A função h é decrescente no seu domínio.
- II. A função h não tem extremos.
- III. A função h é par.

Acerca das proposições anteriores, podemos afirmar que:

- (A) são todas verdadeiras.
- (B) são todas falsas.
- (C) apenas a afirmação I é verdadeira.
- (D) apenas a afirmação II é verdadeira.

4. Na figura está representada graficamente parte do gráfico de uma função f , de domínio \mathbb{R} . Sabe-se que a função f tem apenas dois zeros: -2 e 4 .

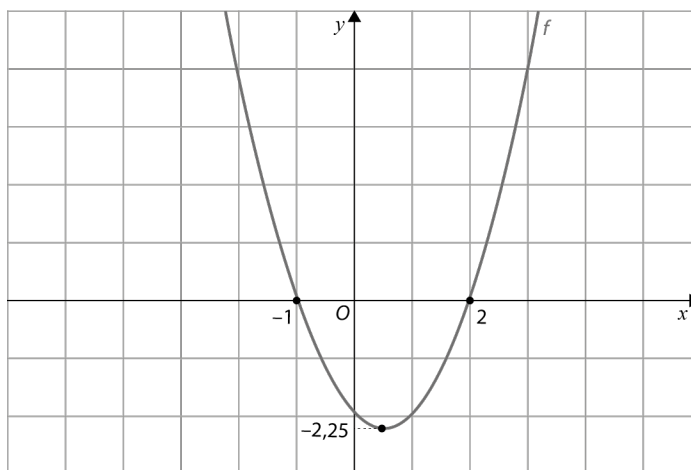


Seja g a função definida por $g(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{f(\frac{1}{2}x)}$.

Qual dos seguintes conjuntos é o domínio da função h ?

- (A) $[4, +\infty[$
- (B) $]4, +\infty[$
- (C) $\{-2\} \cup [4, 8[\cup]8, +\infty[$
- (D) $\{-2\} \cup]4, 8[\cup]8, +\infty[$

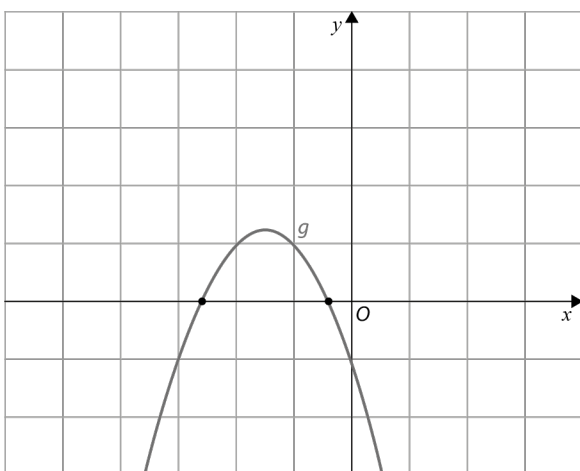
5. Seja f a função cujo gráfico está representado na figura.



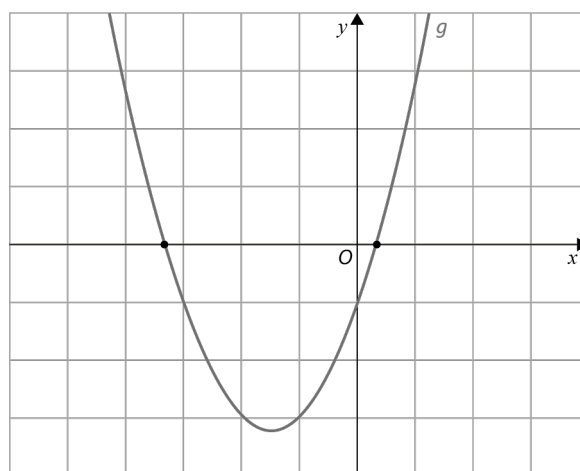
Seja g a função definida por $g(x) = -f(x + 2) - 1$.

Em qual das opções seguintes pode estar a representação gráfica da função g ?

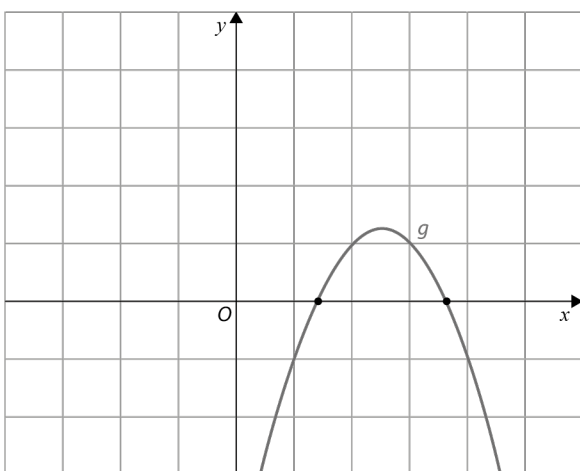
(A)



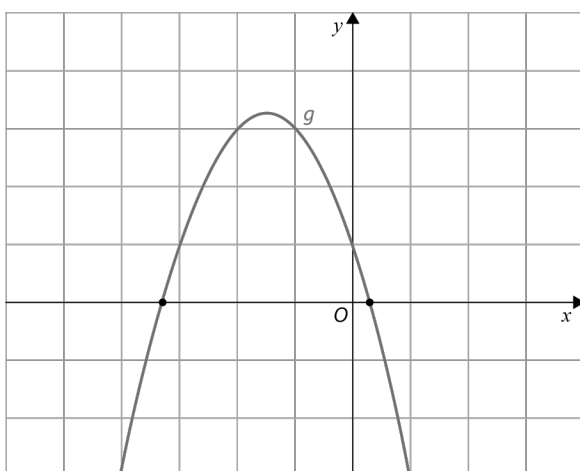
(B)



(C)



(D)



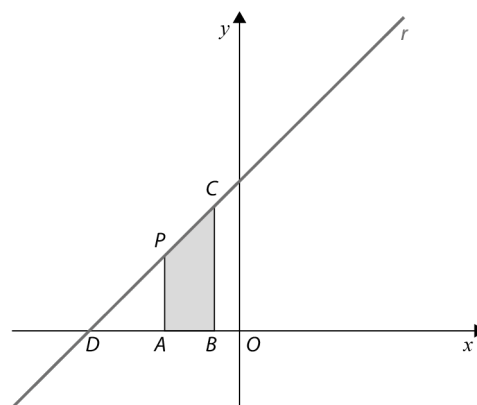
6. Na figura está representada, num referencial o.n. Oxy , a reta r .

O ponto D é o ponto de interseção da reta r com o eixo Ox e o ponto C é o ponto da reta de abscissa igual a -1 .

O ponto B tem coordenadas $(-1,0)$.

Sabe-se que a reta r é definida pela equação $y = x + 6$.

Considere que um ponto P se desloca ao longo do segmento de reta $[DC]$, nunca coincidindo com o ponto D nem com o ponto C , e que o ponto A é a projeção ortogonal de P sobre o eixo Ox . Seja x a abscissa do ponto P .



Resolva os dois itens seguintes, usando exclusivamente métodos analíticos.

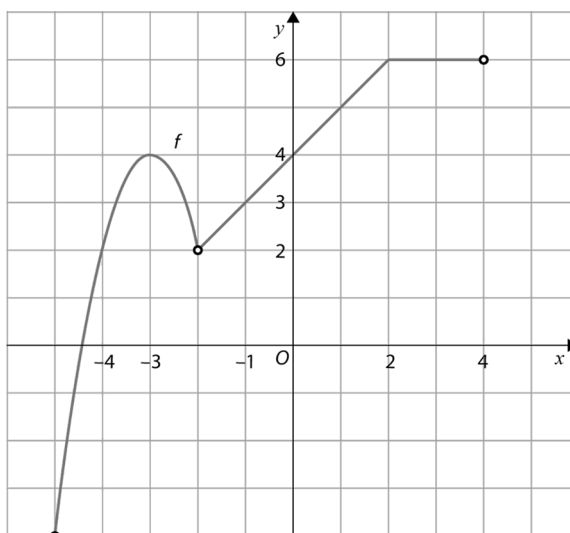
6.1. Mostre que a área do trapézio $[ABCP]$ é dada, em função de x , por:

$$A(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 6x - \frac{11}{2}, \quad -6 < x < -1$$

6.2. Determine o conjunto de valores de x para os quais a área do trapézio $[ABCP]$ é superior a 8 unidades de área. Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

7. Na figura está representada graficamente a função real de variável real f , de domínio

$[-5, -2[\cup]-2, 4[$. Sabe-se que $(-4, 2)$, $(-3, 4)$, $(-1, 3)$ e $(2, 6)$ são pontos do gráfico da função f e parte do gráfico é constituído por uma parábola de vértice de coordenadas $(-3, 4)$.



Qual das expressões seguintes pode definir a função f ?

(A) $f(x) = \begin{cases} -(x+3)^2 + 4 & \text{se } -5 \leq x < -2 \\ x+4 & \text{se } -2 < x < 2 \\ 6 & \text{se } 2 \leq x < 4 \end{cases}$

(B) $f(x) = \begin{cases} -2(x+3)^2 + 4 & \text{se } -5 \leq x < -2 \\ x+4 & \text{se } -2 < x < 2 \\ 6 & \text{se } 2 \leq x < 4 \end{cases}$

(C) $f(x) = \begin{cases} 2(x+3)^2 + 4 & \text{se } -5 \leq x < -2 \\ x+4 & \text{se } -2 < x < 2 \\ 6x & \text{se } 2 \leq x < 4 \end{cases}$

(D) $f(x) = \begin{cases} -2(x+3)^2 + 4 & \text{se } -5 \leq x < -2 \\ x+4 & \text{se } -2 \leq x < 2 \\ 6 & \text{se } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$

8. Considera as funções f e g definidas por:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 1 \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{-2x}{1-x}$$

Considere, num referencial ortonormado do plano, os gráficos das funções f e g e o triângulo $[ABC]$.

Sabe-se que:

- os pontos A e B são os pontos de interseção do gráfico de f com o semieixo Ox negativo, sendo A o ponto de menor abcissa;
- o ponto C é o ponto de interseção dos gráficos de f e de g com ordenada positiva.

Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, a área do triângulo $[ABC]$.

Na sua resposta, deve:

- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar as coordenadas dos pontos A , B e C e, nas coordenadas dos pontos em que é necessário fazer arredondamentos, utilizar duas casas decimais;
- desenhar o triângulo $[ABC]$, assinalando os pontos que representam os seus vértices;
- apresentar o resultado pedido, com arredondamento às centésimas.

FIM

COTAÇÕES

Item														
Cotação (em pontos)														
1.1.	1.2.	1.3.	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	3.	4.	5.	6.1.	6.2.	7.	8.	Total
16	16	16	10	17	17	17	10	10	10	17	17	10	17	200