

Teste N.º 3

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORA

10.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere, num plano munido de um referencial ortonormado de origem O , os pontos $A(0, 2)$, $B(0, -3)$ e $C(-\sqrt{2}, -1)$. Seja M o ponto médio de $[BC]$.

Uma condição que define a circunferência de centro M e raio $\|2\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{AC}\|$ é:

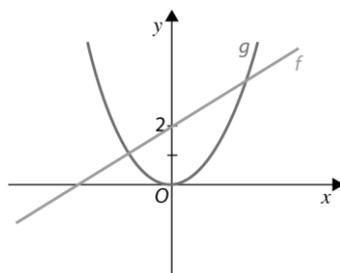
- (A) $\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (y + 2)^2 = 11$ (B) $\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (y + 2)^2 = 25$
 (C) $\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = 11$ (D) $\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = 25$

2. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere a esfera definida por $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 \leq 18$ e a reta definida por $(x, y, z) = (1, 2, 3) + k(0, 0, 1), k \in \mathbb{R}$.

A interseção da esfera com a reta é:

- (A) o conjunto vazio. (B) um ponto.
 (C) dois pontos. (D) um segmento de reta.

3. Considere as funções f e g cujos gráficos se encontram representados na figura. Sabe-se que o ponto de coordenadas $(0, 2)$ é um ponto do gráfico de f .



- 3.1. Qual das seguintes proposições é verdadeira?

- (A) $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) > 0$ (B) $\forall x \in \mathbb{R}^-, g(x) \geq f(x)$
 (C) $\exists x \in \mathbb{R} : f(x) = g(x)$ (D) $\exists x \in \mathbb{R}^+ : f(x) = 1$

- 3.2. De acordo com as condições da figura e sabendo que f é uma função afim cujo zero é -3 , determine a expressão analítica que defina a função f .

4. Considere, num referencial ortonormado do plano, o quadrado definido pela condição $0 \leq x \leq 5 \wedge 1 \leq y \leq 6$ e a reta r definida por $(x, y) = (0, 7) + k(\sqrt{3} - 1, 2), k \in \mathbb{R}$.

- 4.1. Defina, por uma condição, a circunferência inscrita neste quadrado.

- 4.2. Considere as proposições a , b e c :

a : "O ponto de interseção da reta r com o eixo das ordenadas é um ponto do quadrado."

b : "A reta r é paralela ao eixo das abcissas."

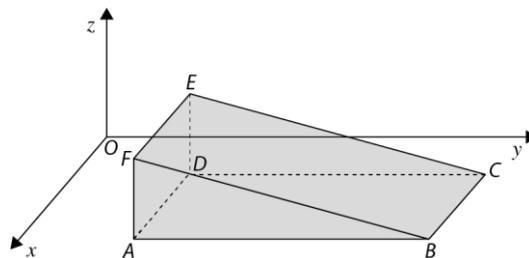
c : "A reta r é paralela à reta de equação $y = (\sqrt{3} + 1)x$."

Indique, justificando, o valor lógico da proposição $(\sim a \wedge b) \vee c$.

5. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma triangular $[ABCDEF]$.

Sabe-se que:

- $[ABF]$ e $[DCE]$ são triângulos retângulos;
- $[ADEF]$ é um quadrado e está contido no plano de equação $y = 2$;
- $[ABCD]$ está contido no plano xOy ;
- a reta EC tem equação vetorial $(x, y, z) = (2, -6, 8) + k(0, 4, -2), k \in \mathbb{R}$;
- o ponto A tem coordenadas $(6, 2, 0)$.



5.1. A condição $x = 6 \wedge z = 0$ define:

- (A) a reta AF .
- (B) a reta AB .
- (C) a reta AD .
- (D) o plano ABC .

5.2. Mostre que o ponto E tem coordenadas $(2, 2, 4)$ e o ponto C tem coordenadas $(2, 10, 0)$.

5.3. Identifique e defina, por uma condição, o conjunto de pontos do espaço equidistantes dos pontos C e E . Apresente a condição na forma $ax + by + cz + d = 0$, com $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

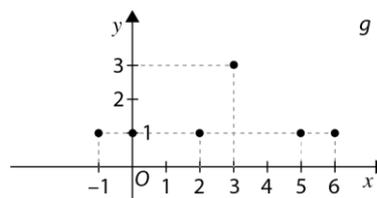
5.4. Determine o volume do prisma.

5.5. Determine equações paramétricas da reta BE .

5.6. Defina, por uma condição, a superfície esférica com centro em $C + \vec{BF}$ e que é tangente ao plano xOz .

6. Considere as funções $f: \{-1, 0, 1, 4, 5\} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \{-1, 0, 2, 3, 5, 6\} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas, respetivamente, por:

x	-1	0	1	4	5
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{8}$	-3	3



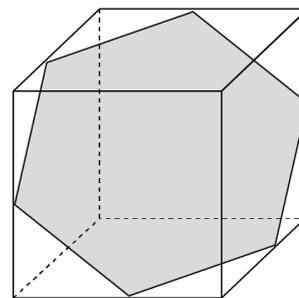
$(f \circ g)(5)$ é igual a:

- (A) 1
- (B) 3
- (C) $\sqrt{2}$
- (D) $2\sqrt{2}$

7. Considere o seguinte problema colocado pela professora de Matemática numa aula:

“Consideremos um cubo de aresta a e um hexágono cujos vértices são os pontos médios de algumas arestas do cubo, como está representado na figura ao lado.

Indique uma expressão que permita calcular a área A do hexágono em função de a .”



Prove que uma resposta correta ao problema é $A = \frac{3}{4} \times a^2 \times 3^{\frac{1}{2}}$.

FIM

COTAÇÕES

Item														
Cotação (em pontos)														
1.	2.	3.1	3.2	4.1	4.2	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	6.	7.	
8	8	8	15	15	20	8	20	20	15	15	15	8	25	200