

Teste N.º 2

**Matemática A**

---

Duração do Teste: 90 minutos

---

**NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORA**

---

**10.º Ano de Escolaridade**

---

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_

---

---

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

---

1. Fixado um referencial o.n.  $Oxyz$ , considere os pontos  $A$  e  $B$  de coordenadas  $(\sqrt{2}, 2\sqrt{3}, \sqrt{5})$  e  $(\sqrt{8}, \sqrt{12}, 0)$ , respetivamente. Em relação à superfície esférica de diâmetro  $[AB]$ , considere as seguintes proposições:

$p$ : “O centro da superfície esférica é o ponto de coordenadas  $(\frac{3\sqrt{2}}{2}, 2\sqrt{3}, \frac{\sqrt{5}}{2})$ .”

$q$ : “O raio da superfície esférica é  $7^{\frac{1}{2}}$ .”

Qual das seguintes proposições é verdadeira?

- (A)  $p \wedge q$
- (B)  $\sim p \vee q$
- (C)  $p \Rightarrow q$
- (D)  $p \Leftrightarrow \sim q$

2. Considere os conjuntos  $A$  e  $B$  tais que:

$$A = \{x \in \mathbb{R}: -2 < x < 3\} \quad \text{e} \quad B = \{x \in \mathbb{R}: (x - 2)(x + 2) \geq x^2 + 2x\}$$

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A)  $\overline{A} \cup \overline{B} = ]-2, 2]$
- (B)  $\overline{A} \cup \overline{B} = [3, +\infty[$
- (C)  $A \setminus B = ]-\infty, -2]$
- (D)  $B \cap \overline{A} = ]2, 3[$

3. Fixado um referencial ortonormado do plano, considere os pontos  $A$  e  $B$  de coordenadas  $(-5, 2)$  e  $(0, 3)$ , respetivamente, e a reta  $r$  definida por  $(x, y) = \left(1, \frac{1}{2}\right) + k(-5, 1), k \in \mathbb{R}$ .

3.1. Indique, justificando, o valor lógico da proposição: “A mediatriz do segmento de reta de extremos  $A$  e  $B$  é uma reta paralela à reta  $r$ ”.

3.2. Determine uma equação da circunferência tangente ao eixo das ordenadas e com centro no ponto  $C$ , sendo  $C = B + 2\overrightarrow{BA}$ .

3.3. Para cada valor real de  $p$ , considere também o ponto  $D$  de coordenadas  $(p, 3)$ .

Defina em extensão os seguintes conjuntos.

3.3.1.  $\{p \in \mathbb{N}: d(A, D) = \sqrt{37}\}$

3.3.2.  $\{p \in \mathbb{R}: D \in r\}$

4. Fixado um referencial o.n. do plano, considere a seguinte condição:

$$2x - y \leq 4 \quad \wedge \quad x \geq -4 \quad \wedge \quad 2 - y \geq 0$$

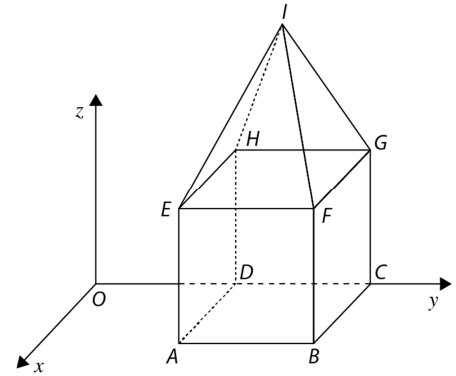
Sabe-se que a representação geométrica do conjunto de pontos do plano definido pela condição anterior é um triângulo.

Represente-o num referencial e determine o valor exato da sua área.

5. Na figura está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um sólido constituído por um cubo de aresta 3 e uma pirâmide de altura  $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$ .

Sabe-se que:

- a face  $[ABCD]$  está contida no plano  $xOy$ ;
- a aresta  $[DC]$  está contida no eixo  $Oy$ ;
- o ponto  $D$  tem coordenadas  $(0, 4, 0)$ .



5.1. Sabendo que os pontos de coordenadas  $(3, 4, 0)$  e  $(0, 7, 0)$  são vértices do cubo, qual é o plano medidor do segmento de reta cujos extremos são estes dois vértices?

(A)  $ABC$

(B)  $ACE$

(C)  $BDF$

(D)  $BCI$

5.2. Determine uma equação vetorial da reta que passa no vértice da pirâmide e que tem a direção do vetor  $\overrightarrow{AG}$ .

5.3. Defina por uma condição:

5.3.1. o plano que contém o vértice da pirâmide e é paralelo ao plano  $xOz$ ;

5.3.2. a reta  $HG$ ;

5.3.3. o conjunto de pontos do espaço que estão a uma distância do ponto  $F$  inferior ou igual a 2 unidades.

5.4. Determine o valor exato do volume do sólido.

Apresente o resultado na forma  $a + b\sqrt{c}$ , com  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ .

6. No plano munido de um referencial o.n.  $Oxy$ , considere o conjunto de pontos do segundo quadrante cuja ordenada é inferior ao simétrico da abscissa e a abscissa é não inferior a  $-2$ .  
Em qual das opções seguintes se encontra uma condição que define esse conjunto de pontos?
- (A)  $x \geq -2 \wedge y < -x$   
 (B)  $-2 \leq x < 0 \wedge 0 < y < -x$   
 (C)  $-2 \leq x < 0 \vee x < y < 0$   
 (D)  $-2 < x < 0 \wedge y < 0 \wedge y < -x$

7. Fixada uma unidade de comprimento, considere um cubo de diagonal espacial  $d$ .  
O volume do cubo pode ser dado em função de  $d$  por:
- (A)  $\frac{d^3}{3}$   
 (B)  $\sqrt{3} d^3$   
 (C)  $3^{-\frac{1}{2}} d^3$   
 (D)  $3^{-\frac{3}{2}} d^3$

**FIM**

### COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.	2.	3.1	3.2.	3.3.1	3.3.2	4.	5.1	5.2.	5.3.1.	5.3.2.	5.3.3.	5.4	6.	7.	
8	8	15	15	15	15	20	8	15	15	15	15	20	8	8	<b>200</b>