

Teste N.º 2

**Matemática A**

---

Duração do Teste: 90 minutos

---

**NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORA**

---

**10.º Ano de Escolaridade**

---

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_

---

---

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

---

1. Fixada uma unidade de comprimento, considere um cubo de aresta  $a$ .

O volume da esfera circunscrita ao cubo pode ser dado, em função de  $a$  e em unidades de volume, por:

(A)  $4\sqrt{3}\pi a^3$

(B)  $3\sqrt{3}\pi a^3$

(C)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi a^3$

(D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^3$

2. Na figura está representado um triângulo equilátero  $[ABC]$ .

Os pontos  $D$ ,  $E$  e  $F$  são os pontos médios dos lados do triângulo.

O perímetro do triângulo  $[ABC]$  é igual a 8. Sejam  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  três pontos.

Sabe-se que:

•  $X = C + \frac{3}{2}\overrightarrow{ED}$

•  $Y = A - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$

•  $Z = F + \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$

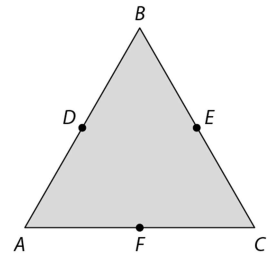
O perímetro do triângulo  $[XYZ]$  é igual a:

(A) 4

(B) 3

(C) 2

(D) 1



3. Considere, num referencial ortogonal e monométrico  $Oxy$ , a bissetriz dos quadrantes pares.

Sejam  $A$  e  $B$  os pontos dessa bissetriz com ordenadas 2 e 5, respetivamente.

3.1. Determine as coordenadas do vetor  $\vec{u}$ , colinear e com sentido contrário de  $\overrightarrow{AB}$  e de norma igual a 6.

3.2. Seja  $P$  um ponto que pertence à mediatriz do segmento de reta  $[AB]$ . Sabe-se que a ordenada do ponto  $P$  é igual ao dobro da sua abcissa.

Determine as coordenadas de  $P$ .

3.3. Considere que a semirreta  $\hat{O}A$  roda  $180^\circ$  em torno da origem, no plano  $Oxy$ . Nessa rotação, o segmento de reta  $[AB]$ , que está contido na semirreta  $\hat{O}A$ , descreve uma região plana.

Uma condição que define essa região plana é:

(A)  $\sqrt{8} \leq x^2 + y^2 \leq \sqrt{50} \wedge y \leq -x$

(B)  $\sqrt{8} \leq x^2 + y^2 \leq \sqrt{50} \wedge y \geq -x$

(C)  $8 \leq x^2 + y^2 \leq 50 \wedge y \leq -x$

(D)  $8 \leq x^2 + y^2 \leq 50 \wedge y \geq -x$

4. Para um certo número real negativo  $a$  são paralelas as retas  $r$  e  $s$ , definidas, num referencial o.n.  $Oxy$ , pelas condições:

$$r: 8ax + a^2y - 3 = 0 \quad \text{e} \quad s: (x, y) = (-1, -1) + k(2a, -a^2), k \in \mathbb{R}$$

Qual é o valor de  $a$ ?

- (A)  $-1$                       (B)  $-2$                       (C)  $-3$                       (D)  $-4$

5. Fixado um referencial o.n. do plano, considere a seguinte condição:

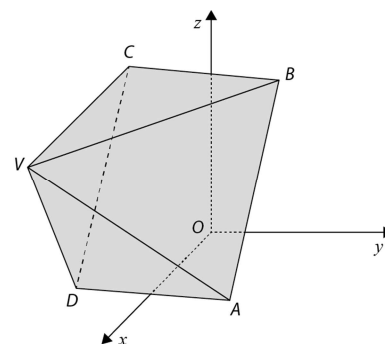
$$3x - y \leq 2 \quad \wedge \quad x \geq -3 \quad \wedge \quad 3 - y \geq 0$$

Sabe-se que a representação geométrica do conjunto de pontos do plano definido pela condição anterior é um triângulo.

Represente-o num referencial e determine o valor exato da sua área.

6. Na figura está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , uma pirâmide quadrangular regular  $[ABCDV]$ .

Os vértices  $A$  e  $C$  têm coordenadas  $(2, 1, 0)$  e  $(0, -1, 2)$ , respetivamente. O vértice  $V$  tem coordenadas  $(3, -1, 2)$ .



- 6.1. Defina por uma condição:

6.1.1. o plano que contém o vértice da pirâmide e é paralelo ao plano  $yOz$ .

6.1.2. a superfície esférica de centro em  $V$  e que passa em  $B$ .

6.1.3. o segmento de reta  $[VW]$ , sendo  $W$  o ponto simétrico do ponto  $V$ , em relação ao plano  $xOy$ .

- 6.2. Determine uma equação do plano  $DVB$ .

Apresente essa equação na forma  $ax + by + cz + d = 0$ .

- 6.3. Determine o volume da pirâmide.

7. A interseção da superfície esférica  $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 25$  com o plano de equação  $x = 4$  é:
- (A) uma circunferência de centro  $C(1, 0, -1)$  e raio igual a 5.
  - (B) uma circunferência de centro  $C(4, 0, -1)$  e raio igual a 5.
  - (C) uma circunferência de centro  $C(1, 0, -1)$  e raio igual a 4.
  - (D) uma circunferência de centro  $C(4, 0, -1)$  e raio igual a 4.

**FIM**

**COTAÇÕES**

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	2.	3.1.	3.2.	3.3.	4.	5.	6.1.1.	6.1.2.	6.1.3.	6.2.	6.3.	7.	
8	8	20	20	8	8	25	10	20	20	20	25	8	<b>200</b>