Teste de Matemática A

2020 / 2021

Teste N.º 2

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

10.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: ____ N.º: ___ Turma: ___

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Sem recurso à calculadora, determina a solução positiva da seguinte equação:

$$(5+\sqrt{3})x^2+(2-\sqrt{3})x-1=0$$

Apresente a resposta na forma $a+b\sqrt{3}$, com $a,b\in\mathbb{Q}$.

2. Na figura estão representados o triângulo $[OAB]$, os pontos P e Q e o segmento de reta $[PQ]$.

O ponto Q é o ponto médio do segmento de reta $[AB]$ e $\overrightarrow{OP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{OA}$.

Sejam $a,b\in\mathbb{R}$ tais que $\overrightarrow{PQ}=a\,\overrightarrow{OA}+b\,\overrightarrow{OB}$.

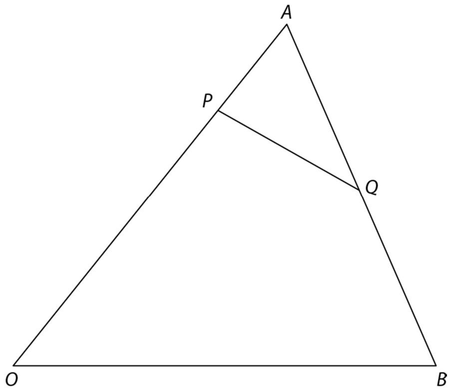
Os valores de a e de b são:

(A) $a=-\frac{1}{4}$ e $b=\frac{1}{2}$

(B) $a=-\frac{1}{2}$ e $b=\frac{1}{4}$

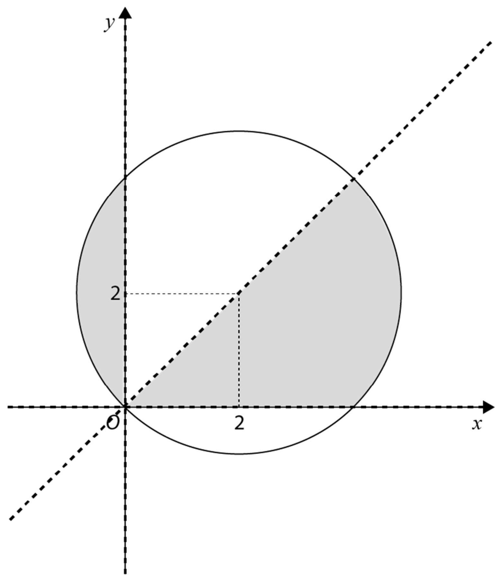
(C) $a=-\frac{1}{3}$ e $b=\frac{1}{3}$

(D) $a=-\frac{1}{2}$ e $b=\frac{1}{2}$



3. Na figura seguinte estão representadas, num referencial o.n. Oxy, a circunferência de centro de coordenadas $(2{,}2)$, e que passa na origem, e a bissetriz dos quadrantes ímpares.

Qual das condições seguintes define o domínio plano representado a sombreado?



Qual das seguintes expressões define a região a sombreado?

(A) $[(x-2)^2+(y-2)^2\leq 8\ \wedge\ x<0]\vee[(x-2)^2+(y-2)^2\leq 8\ \wedge\ 0<y<x]$

(B) $[(x-2)^2+(y-2)^2\leq 4\ \wedge\ x<0]\vee[(x-2)^2+(y-2)^2\leq 4\ \wedge\ 0<y<x]$

(C) $[(x-2)^2+(y-2)^2\leq 8\ \wedge x<0]\vee[(x-2)^2+(y-2)^2\leq 8\ \wedge\ 0\leq y\leq x]$

(D) $[(x-2)^2+(y-2)^2\leq 8\ \wedge x<0]\wedge[(x-2)^2+(y-2)^2\leq 8\ \wedge\ 0<y<x]$

4. Considere, num referencial ortogonal e monométrico Oxy, duas circunferências distintas, das quais se sabe que:

- o eixo Oy é tangente às duas circunferências;
- o ponto de coordenadas $(-2, 1)$ pertence às duas circunferências;
- o centro de cada uma das circunferências pertence à reta definida por $y + 2x + 1 = 0$.

Determine a equação reduzida de cada uma das circunferências.

5. Considere, num referencial ortonormado Oxy:

- o ponto A de coordenadas $(0, 1)$;
- o ponto B de coordenadas $(-1, 2)$;
- um ponto P tal que a sua ordenada é o dobro da sua abcissa;
- um ponto S de abcissa negativa pertencente à reta AB.

5.1. Determine as coordenadas do vetor $\vec{u}$, colinear e com sentido contrário ao de $\overrightarrow{AB}$ e de norma igual a 4.

5.2. Sabe-se que o ponto P está à mesma distância de A e de B.

Determine as coordenadas de P.

5.3. Seja C a interseção da reta AB com o eixo Ox.

Sabe-se que área do triângulo $[OCS]$ é igual a $\frac{11}{4}$ unidades de área.

A abcissa do ponto S é igual a:

(A) -5

(B) $-\frac{9}{2}$

(C) -4

(D) $-\frac{7}{2}$

6. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a região definida por:

$$(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 \leq 25 \ \wedge \ z = -4$$

Qual é a área dessa região?

(A) 4π

(B) 5π

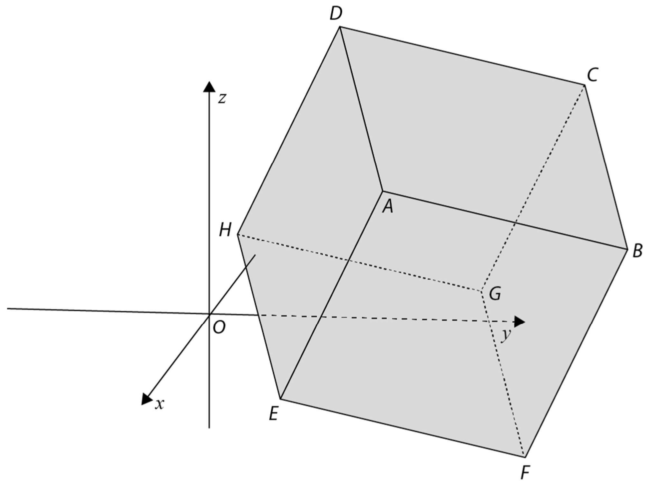
(C) 16π

(D) 25π

7. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cubo $[ABCDHEFG]$.

Sabe-se que:

- o vértice A tem coordenadas $(3, 5, 4)$;
- o vértice B tem coordenadas $(0, 11, 2)$;
- o vértice D tem coordenadas $(-k, k, k+4)$, com $k \in \mathbb{R}^+$;
- o vetor $\overrightarrow{AE}$ tem coordenadas $(-2, -3, -6)$.



7.1. As coordenadas do ponto de interseção da reta AE com o plano xOy são:

(A) $\left(\frac{1}{3}, 1, 0\right)$

(B) $\left(\frac{5}{3}, 3, 0\right)$

(C) $\left(-\frac{1}{3}, 0, -6\right)$

(D) $\left(\frac{7}{3}, 0, 2\right)$

7.2. Prove que $k = 3$.

7.3. Determine uma equação vetorial da reta BF.

7.4. Determine a equação reduzida da superfície esférica que passa nos oito vértices do cubo.

7.5. Determine uma equação do plano CAE.

Apresente essa equação na forma $ax + by + cz + d = 0$.

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.1.**	**5.2.**	**5.3.**	**6.**	**7.1.**	**7.2.**	**7.3.**	**7.4.**	**7.5.**	
20	10	10	20	15	20	10	10	10	20	15	20	20	**200**