Teste de Matemática A

2019 / 2020

Teste N.º 1

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORA

10.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: ____ N.º: ___ Turma: ___

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Sejam a e b dois números reais, com $a \neq -b$. Sabe-se que $a + b = -8(a - b)$.

Qual é o valor de $\sqrt[3]{a^2 - b^2} : \left(\sqrt[3]{a + b}\right)^2$?

(A) -2

(B) $-\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) 2

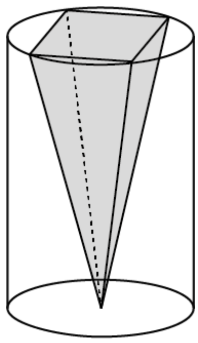
2. A expressão racionalizada de $\frac{6}{\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$ é:

(A) $\frac{\sqrt{15}+3}{6}$

(B) $\sqrt{15} - 3$

(C) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{6}$

(D) $\sqrt{15} + 3$

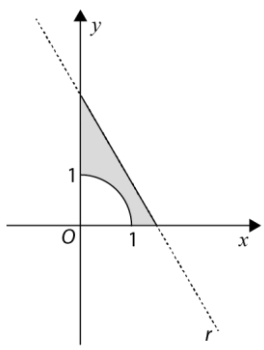


3. Na figura está representada uma peça constituída por um cilindro e uma pirâmide quadrangular regular. A base da pirâmide está inscrita numa das bases do cilindro e o vértice da pirâmide é o centro da outra base do cilindro.

Sabe-se que:

- o raio da base do cilindro mede r unidades de comprimento;
- a altura do cilindro é o triplo do raio da sua base.

Prove que a área da superfície total da pirâmide é igual a $\left(2 + 2\sqrt{19}\right)r^2$ unidades de área.



4. Num referencial cartesiano do plano, considere a representação gráfica da figura.

Na figura está representado:

- um arco de circunferência de centro na origem do referencial e raio igual a 1;
- a reta r, mediatriz do segmento de reta de extremos $A(-2, 2)$ e $B(2, 4)$.

Qual das seguintes expressões define a região a sombreado?

(A) $y \geq -2x + 3 \ \wedge \ x^2 + y^2 \geq 1 \ \wedge \ x \geq 0 \ \wedge \ y \geq 0$

(B) $y \leq -2x + 3 \ \wedge \ x^2 + y^2 \geq 1 \ \wedge \ x \geq 0 \ \wedge \ y \geq 0$

(C) $y \leq -2x + 3 \ \wedge \ x^2 + y^2 \leq 1 \ \wedge \ x \geq 0 \ \wedge \ y \geq 0$

(D) $y \leq -2x + 3 \ \vee \ x^2 + y^2 \geq 1 \ \vee \ x \geq 0 \ \vee \ y \geq 0$

5. Considere, num plano munido de um referencial o.n. Oxy, os pontos $P(2,-1)$, $Q(12,4)$ e $R(14,15)$.

5.1. Escreva a equação reduzida da circunferência de diâmetro $[PQ]$.

5.2. Determine as coordenadas do ponto S, de modo que $[PQRS]$ seja um losango.

5.3. Determine as coordenadas do vetor colinear com $\overrightarrow{PQ}$, de sentido contrário ao de $\overrightarrow{PQ}$ e de norma 5.

6. A expressão $\sqrt[6]{18a^3} \times (2a^{-3}b^{12})^{-\frac{1}{6}}$ é igual, para quaisquer números reais positivos a e b, a:

(A) $\sqrt[3]{3}ab^2$

(B) $\dfrac{\sqrt[3]{3}b}{a^2}$

(C) $\dfrac{\sqrt[3]{3}a}{b^2}$

(D) $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{a\,b^2}$

7. Considere, num referencial o.n. Oxy, a região definida pela condição:

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 \leq 2 \ \wedge y + x \leq 0$$

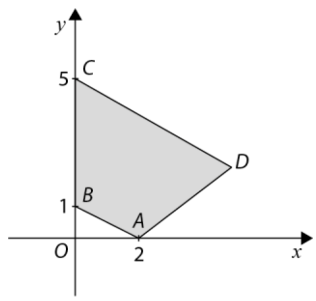
Qual é a área dessa região?

(A) $\frac{\pi}{4}$ **(B)** $\frac{\pi}{2}$ **(C)** π **(D)** 2π

8. Na figura está representado, num referencial o.n. Oxy, o trapézio $[ABCD]$.

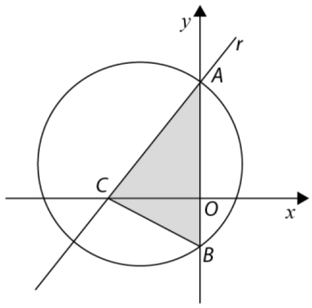
Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(2,0)$;
- o ponto B tem coordenadas $(0,1)$;
- o ponto C tem coordenadas $(0,5)$;
- o ponto D tem coordenadas $\left(a, \frac{a}{3}\right)$, com $a \in \mathbb{R}$;
- as retas AB e CD são paralelas.



Determina o valor de a.

9. Na figura estão representadas, num referencial o.n. Oxy, a circunferência definida pela condição $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 4$, uma reta r e o triângulo $[ABC]$.



Sabe-se ainda que:

- A e B são os pontos de interseção da circunferência com o eixo Oy, sendo B o ponto de menor ordenada;
- a reta r passa no ponto A e no centro da circunferência;
- o ponto C é o ponto de interseção da reta r com o eixo Ox.

9.1. Prove que o centro da circunferência tem coordenadas $(-2,1)$.

9.2. Prove que a reta r pode ser definida vetorialmente por $(x, y) = \left(0,1+\sqrt{5}\right) + k\left(2, \sqrt{5}\right), k \in \mathbb{R}$.

9.3. Determine a área do triângulo $[ABC]$.

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.1.**	**5.2.**	**5.3.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.1.**	**9.2.**	**9.3.**	
8	8	20	8	20	20	20	8	8	20	20	20	20	**200**