

**Proposta de teste de avaliação**

**Matemática A**

**12.º ANO DE ESCOLARIDADE**

---

**Duração:** 90 minutos | **Data:**

---

## Caderno 1

(é permitido o uso de calculadora)

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. O número de pessoas de uma certa comunidade que tiveram contacto com uma notícia falsa, em milhares,  $t$  dias após ter sido colocada numa rede social, é dado, aproximadamente, por:

$$N(t) = \frac{12}{1 + k e^{-t}}$$

Sabe-se que no instante inicial a notícia foi lida por 10 pessoas dessa comunidade.

- 1.1. Mostre que  $k = 1199$ .
- 1.2. Quantos dias decorreram até que três mil pessoas da comunidade tivessem contactado com a notícia?  
Apresente o resultado arredondado às unidades.
- 1.3. De acordo com este modelo e com o decorrer do tempo, 80% das pessoas da comunidade virão a ter contacto com a notícia.  
Quantas pessoas fazem parte desta comunidade?
2. Uma fonte de água com caudal variável começou a encher um reservatório com a forma de um cubo com 3 metros de aresta, às 9 horas de determinado dia.

A altura da água no reservatório, em metros,  $t$  horas após as 9 horas é dada por  $h(t) = 2 \ln(t + 1)$ .

O caudal da fonte, ou seja, a taxa de variação do volume da água no depósito, às 12 horas desse dia é dado por:

- (A) 0,5 metro cúbico por hora                      (B) 500 litros por hora  
(C) 75 litros por minuto                              (D) 4500 litros por minuto.

3. Se  $M$  representar a magnitude de um sismo na escala de Richter e  $I$  a intensidade desse sismo (metade da onda de choque desse sismo registada por um sismógrafo em determinadas condições) então

$$M = \log\left(\frac{I}{S}\right)$$

sendo  $S$  a intensidade de um terramoto padrão usada para comparação.

- 3.1. A magnitude de um terramoto de intensidade  $100S$  é:

(A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 10

- 3.2. Sabe-se que:

- O terramoto de Lisboa de 1755 teve magnitude  $M_1 = 8,7$  e intensidade  $I_1$ .
- Em fevereiro de 1969 ocorreu em Portugal um sismo de magnitude  $M_2 = 8$  e intensidade  $I_2$ .

Sabendo que  $I_1 = k I_2$ , determine o valor de  $k$  arredondado às unidades.

4. Um capital de 10 000 euros foi colocado num banco à taxa anual nominal de 1,8% no regime de juros compostos e com capitalizações trimestrais.

Qual é, com aproximação às centésimas do euro, o capital acumulado ao fim de um ano?

(A) 10 181,22                      (B) 10 180,00  
(C) 10 181,08                      (D) 10 181,49

**Fim do Caderno 1**

**COTAÇÕES (Caderno 1)**

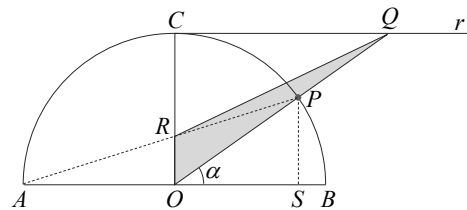
Item							
Cotação (em pontos)							
1.1.	1.2.	1.3.	2.	3.1.	3.2.	4.	
15	15	20	10	10	20	10	<b>100</b>

## Caderno 2

(não é permitido o uso de calculadora)

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identificam a opção escolhida.

5. Na figura está representada uma semicircunferência de centro no ponto  $O$  e raio 1.



Sabe-se que:

- $[AB]$  é um diâmetro da semicircunferência;
- o ponto  $C$  pertence à semicircunferência e  $[OC]$  é perpendicular a  $[AB]$ ;
- a reta  $r$  passa no ponto  $C$  e é paralela a  $AB$ ;
- o ponto  $P$  se desloca sobre o arco  $BC$ , nunca coincidindo com  $B$  nem com  $C$ ;
- a reta  $OP$  intersesta a reta  $r$  no ponto  $Q$ ;
- a reta  $AP$  intersesta o segmento de reta  $[OC]$  no ponto  $R$ ;
- o ponto  $S$  pertence ao segmento de reta  $[OB]$  e é tal que o segmento  $[SP]$  é paralelo ao segmento  $[OC]$ .

Para cada posição do ponto  $P$ , seja  $\alpha$  a amplitude, em radianos, do ângulo  $BOP$

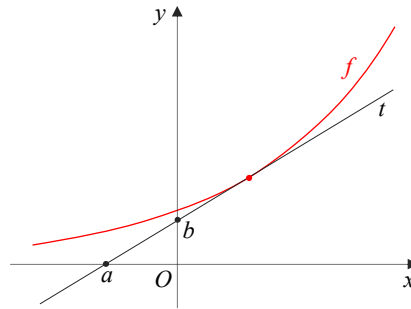
$\left(\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[ \right)$  e seja  $A(\alpha)$  a área do triângulo  $[OQR]$ .

- 5.1. Justifique que os triângulos  $[ASP]$  e  $[AOR]$  são semelhantes e conclua que  $\overline{OR} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$ .

- 5.2. Mostre que  $A(\alpha) = \frac{\cos \alpha}{2(1 + \cos \alpha)}$ .

- 5.3. Estude a função  $A$  quanto à monotonia e determine o seu contradomínio, isto é, o conjunto de valores que a área do triângulo  $[OQR]$  pode tomar.

6. Na figura está representada, em referencial  $xOy$ , parte do gráfico da função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = 4e^{\frac{x-1}{2}}$ .



Na figura está também representada a reta  $t$ , tangente ao gráfico da função  $f$  no ponto de abscissa 1.

A reta  $t$  intersecta o eixo  $Ox$  no ponto de abscissa  $a$  e o eixo  $Oy$  no ponto de ordenada  $b$ .  
Quais são os valores de  $a$  e  $b$ ?

- (A)  $a = -1$  e  $b = 1$                       (B)  $a = -1$  e  $b = 2$   
(C)  $a = -2$  e  $b = 1$                       (D)  $a = -2$  e  $b = 2$
7. Considere, para um certo número real  $k$ , a função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{kx + 2x}{e^{kx+x} - e^x} & \text{se } x < 0 \\ x + \ln(x+1) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

- 7.1. Determine  $k$  sabendo que a função  $g$  é contínua em  $x = 0$ .  
7.2. Estude a função  $g$  quanto à existência de assíntota ao respetivo gráfico em  $+\infty$ .

8. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , definida por  $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ .  
Seja  $(x_n)$  uma sucessão tal que  $\lim f(x_n) = +\infty$ .  
Qual das expressões seguintes pode ser o termo geral da sucessão  $(x_n)$ ?

- (A)  $1 + e^n$               (B)  $\frac{\ln(2n)}{n}$               (C)  $\ln\left(\frac{1}{n}\right)$               (D)  $\frac{1-n}{e^n}$

Fim da prova

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item							
Cotação (em pontos)							
5.1.	5.2.	5.3.	6.	7.1.	7.2.	8.	
15	15	20	10	15	15	10	<b>100</b>
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)							<b>200</b>

## Formulário

### Geometria

**Comprimento de um arco de circunferência:**  $\alpha r$   
( $\alpha$  – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;  
 $r$  – raio)

#### Áreas de figuras planas

**Polígono regular:**  $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$

**Setor circular:**  $\frac{\alpha r^2}{2}$

( $\alpha$  – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;  $r$  – raio)

#### Áreas de superfícies

Área lateral de um cone:  $\pi r g$

( $r$  – raio da base;  $g$  – geratriz)

Área de uma superfície esférica:  $4\pi r^2$

( $r$  – raio)

#### Volumes

**Pirâmide:**  $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

**Cone:**  $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

**Esfera:**  $\frac{4}{3} \pi r^3$  ( $r$  – raio)

### Progressões

Soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão ( $u_n$ ):

**Progressão aritmética:**  $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

**Progressão geométrica:**  $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

### Trigonometria

$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

### Complexos

$(\rho \operatorname{cis} \theta)^n = \rho^n \operatorname{cis}(n\theta)$  ou  $(\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$

$\sqrt[n]{\rho \operatorname{cis} \theta} = \sqrt[n]{\rho} \operatorname{cis}\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)$  ou  $\sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho} e^{\frac{\theta + 2k\pi}{n}}$

( $k \in \{0, \dots, n-1\}$  e  $n \in \mathbb{N}$ )

### Probabilidades

$\mu = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$

$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \dots + p_n (x_n - \mu)^2}$

Se  $X$  é  $N(\mu, \sigma)$ , então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$

### Regras de derivação

$(u + v)' = u' + v'$

$(u v)' = u' v + u v'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' v - u v'}{v^2}$

$(u^n)' = n u^{n-1} u'$  ( $n \in \mathbb{R}$ )

$(\sin u)' = u' \cos u$

$(\cos u)' = -u' \sin u$

$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)' = u' e^u$

$(a^u)' = u' a^u \ln a$  ( $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ )

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$  ( $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ )

### Limites notáveis

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$  ( $n \in \mathbb{N}$ )

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty$  ( $p \in \mathbb{R}$ )

## Proposta de resolução

## Caderno 1

$$1. \quad N(t) = \frac{12}{1 + k e^{-t}}$$

$$1.1. \quad 10 = 0,01 \text{ milhares}$$

$$\begin{aligned} N(0) = 0,01 &\Leftrightarrow \frac{12}{1 + k e^{-0}} = 0,01 \Leftrightarrow \frac{12}{1 + k} = 0,01 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{12}{1 + k} - 0,01 = 0 \Leftrightarrow \frac{12 - 0,01 - 0,01k}{1 + k} = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 11,99 - 0,01k = 0 \wedge 1 + k \neq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0,01k = 11,99 \wedge k \neq -1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow k = \frac{11,99}{0,01} \wedge k \neq -1 \Leftrightarrow k = 1199 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.2. \quad N(t) = 3 &\Leftrightarrow \frac{12}{1 + 1199 e^{-t}} = 3 \Leftrightarrow \quad | 1 + 1199 e^{-t} \neq 0 \\ &\Leftrightarrow 12 = 3(1 + 1199 e^{-t}) \Leftrightarrow 12 = 3 + 3597 e^{-t} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 3597 e^{-t} = 9 \Leftrightarrow e^{-t} = \frac{9}{3597} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow -t = \ln\left(\frac{9}{3597}\right) \Rightarrow -t \approx -5,99 \Leftrightarrow t \approx 5,99 \end{aligned}$$

Decorreram seis dias.

$$1.3. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} N(t) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12}{1 + 1199 e^{-t}} = \frac{12}{1 + 1199 \times 0} = 12 \quad \left| \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-t} = 0 \right.$$

Com o decorrer do tempo, de acordo com este modelo, 12 000 pessoas da comunidade virão a ter contacto com a notícia.

Seja  $n$  o número de pessoas da comunidade:

$$0,8n = 12\,000 \Leftrightarrow n = \frac{12\,000}{0,8} \Leftrightarrow n = 15\,000$$

Fazem parte da comunidade cerca de 15 000 pessoas.

$$2. \quad h(t) = 2 \ln(t+1)$$

$$h'(t) = [2 \ln(t+1)]' = 2 \times \frac{(t+1)'}{t+1} = 2 \times \frac{1}{t+1} = \frac{2}{t+1}$$

Às 12 horas corresponde  $t = 3$ .

$$h'(3) = \frac{2}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

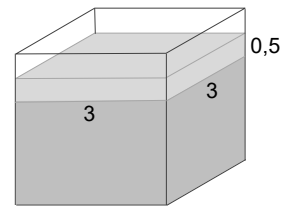
A taxa de variação da altura da água, às 12 horas, é 0,5 m/h.

A uma altura de 0,5 metro de água corresponde um volume de

$$3 \times 3 \times 0,5 \text{ m}^3 = 4,5 \text{ m}^3$$

$$4,5 \text{ m}^3 = 4500 \text{ dm}^3 = 4500 \text{ L}$$

Portanto, a essa hora, a taxa de variação do volume de água no reservatório é de  $4,5 \text{ m}^3$  por hora, ou seja, 4500 L por hora.



$$60 \text{ min} \quad \text{---} \quad 4500 \text{ L}$$

$$1 \text{ min} \quad \quad \quad x$$

$$x = \frac{4500}{60} = 75$$

Às 12 horas desse dia a fonte tem um caudal de 75 litros por minuto.

Resposta: (C)

3. 3.1.  $M = \log\left(\frac{I}{S}\right)$  e  $I = 100S$

$$M = \log\left(\frac{100S}{S}\right) = \log 100 = \log 10^2 = 2$$

Resposta: (C)

3.2.  $M_1 = 8,7$ ;  $M_2 = 8$

$$M_1 = \log\left(\frac{I_1}{S}\right)$$

$$8,7 = \log\left(\frac{I_1}{S}\right) \Leftrightarrow \frac{I_1}{S} = 10^{8,7} \Leftrightarrow I_1 = S \times 10^{8,7}$$

$$M_2 = \log\left(\frac{I_2}{S}\right)$$

$$8 = \log\left(\frac{I_2}{S}\right) \Leftrightarrow \frac{I_2}{S} = 10^8 \Leftrightarrow I_2 = S \times 10^8$$

$$I_1 = k I_2 \Leftrightarrow S \times 10^{8,7} = k \times S \times 10^8 \Leftrightarrow k = \frac{S \times 10^{8,7}}{S \times 10^8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k = 10^{8,7-8} \Leftrightarrow k = 10^{0,7} \Rightarrow k \approx 5$$

4.  $C = C_0 \left(1 + \frac{r}{100n}\right)^n$

$$C_0 = 10\,000, \quad n = 4, \quad r = 1,8$$

$$C = 10\,000 \left(1 + \frac{1,8}{100 \times 4}\right)^4 \approx 10\,181,22$$

Resposta: (A)



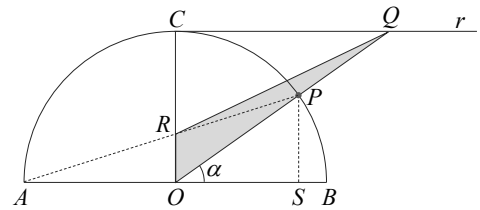
Caderno 2

5.

5.1. Dado que  $\overline{OP} = 1$ , temos

$$\overline{SP} = \sin \alpha \text{ e } \overline{OS} = \cos \alpha$$

Os triângulos  $[ASP]$  e  $[AOR]$  são semelhantes atendendo a que são triângulos retângulos com um ângulo agudo comum.



Então:

$$\frac{\overline{OR}}{\overline{SP}} = \frac{\overline{AO}}{\overline{AS}}, \text{ ou seja}$$

$$\frac{\overline{OR}}{\sin \alpha} = \frac{1}{1 + \cos \alpha} \Leftrightarrow \overline{OR} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

5.2  $\hat{\text{Área}}_{[OQR]} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{1}{2} \times \overline{OR} \times \overline{CQ}$

$$\frac{\overline{CQ}}{\overline{OC}} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \Leftrightarrow \frac{\overline{CQ}}{1} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} \Leftrightarrow \overline{CQ} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\hat{\text{Área}}_{[OQR]} = \frac{1}{2} \times \overline{OR} \times \overline{CQ} = \frac{1}{2} \times \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \times \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{2(1 + \cos \alpha)}$$

$$A(\alpha) = \frac{\cos \alpha}{2(1 + \cos \alpha)}$$

5.3. 
$$\begin{aligned} A'(\alpha) &= \left( \frac{\cos \alpha}{2(1 + \cos \alpha)} \right)' = \frac{1}{2} \times \frac{(\cos \alpha)'(1 + \cos \alpha) - (\cos \alpha)(1 + \cos \alpha)'}{(1 + \cos \alpha)^2} = \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{-\sin \alpha(1 + \cos \alpha) - (\cos \alpha)(-\sin \alpha)}{(1 + \cos \alpha)^2} = \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{-\sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha}{(1 + \cos \alpha)^2} = \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{-\sin \alpha}{(1 + \cos \alpha)^2} = -\frac{\sin \alpha}{2(1 + \cos \alpha)^2} \end{aligned}$$

Temos que  $\sin \alpha > 0$  e  $2(1 + \cos \alpha)^2 > 0$  para todo o  $\alpha \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$ .

Logo, para todo o  $\alpha \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$ ,  $A'(\alpha) < 0$  pelo que a função  $A$  é estritamente decrescente.

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} A(\alpha) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\cos \alpha}{2(1 + \cos \alpha)} = \frac{\cos 0}{2(1 + \cos 0)} = \frac{1}{2(1+1)} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} A(\alpha) = \lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos \alpha}{2(1 + \cos \alpha)} = \frac{\cos \frac{\pi}{2}}{2\left(1 + \cos \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{0}{2(1+0)} = 0$$

$\alpha$	0		$\frac{\pi}{2}$
$A''$		-	0
$A$	$\frac{1}{4}$	$\searrow$	0

Como a função é contínua, podemos concluir que  $D'_A = \left] 0, \frac{1}{4} \right[$

6.  $f(x) = 4e^{\frac{x-1}{2}}$

$$f(1) = 4e^{\frac{1-1}{2}} = 4e^0 = 4 \times 1 = 4$$

$$f'(x) = 4 \left( \frac{x-1}{2} \right)' e^{\frac{x-1}{2}} = 4 \times \frac{1}{2} e^{\frac{x-1}{2}} = 2e^{\frac{x-1}{2}}$$

Seja  $y = mx + b$  uma equação da reta  $t$ .

Ponto de tangência:  $A(1, 4)$

$$m = f'(1) = 2e^{\frac{1-1}{2}} = 2e^0 = 2$$

Equação da reta  $t$ :

$$y - 4 = 2(x - 1) \Leftrightarrow y = 2x - 2 + 4 \Leftrightarrow y = 2x + 2$$

A ordenada na origem é 2. Logo,  $b = 2$ .

$$y = 0 \Leftrightarrow 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -1$$

A reta  $t$  interseca o eixo  $Ox$  no ponto de abscissa  $-1$ . Logo  $a = -1$ .

Resposta: **(B)**

Proposta de teste de avaliação

$$7. \quad g(x) = \begin{cases} \frac{kx + 2x}{e^{kx+x} - e^x} & \text{se } x < 0 \\ x + \ln(x+1) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

7.1.  $g$  é contínua em  $x = 0$  se existir  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ .

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{kx + 2x}{e^{kx+x} - e^x} \stackrel{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x(k+2)}{e^x(e^{kx+x-x} - 1)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{k+2}{e^x} \times \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{e^{kx} - 1} = \\ &= \frac{k+2}{e^0} \times \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{kx}{k(e^{kx} - 1)} = \frac{k+2}{1} \times \frac{1}{k} \times \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{kx}{e^{kx} - 1} = \\ &= \frac{k+2}{k} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{y}{e^y - 1} = \frac{k+2}{k} \times \frac{1}{\lim_{y \rightarrow 0} \frac{e^y - 1}{y}} = \quad \left| \begin{array}{l} y = kx \\ \text{Se } x \rightarrow 0^-, y \rightarrow 0 \end{array} \right. \\ &= \frac{k+2}{k} \times \frac{1}{1} = \frac{k+2}{k} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} [x + \ln(x+1)] = 0 + \ln(0+1) = \ln 1 = 0 = g(0)$$

Para que exista  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  é necessário e suficiente que

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = g(0) \Leftrightarrow \frac{k+2}{k} = 0 \Leftrightarrow k = -2$$

Portanto, se a função  $g$  é contínua em  $x = 0$  então  $k = -2$ .

7.2. Seja  $y = mx + b$  a assíntota ao gráfico de  $g$  em  $+\infty$ , caso exista.

$$\begin{aligned} m &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \ln(x+1)}{x} \stackrel{\left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x}{x} + \frac{\ln(x+1)}{x} \right) = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \left[ x \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \right]}{x} = \\ &= 1 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x + \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right)}{x} = 1 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right)}{x} = \\ &= 1 + 0 + \frac{\ln 1}{+\infty} = 1 + 0 + 0 = 1 \end{aligned}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [x + \ln(x+1) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x+1) = +\infty$$

Logo, não existe assíntota ao gráfico de  $g$  em  $+\infty$ .

Proposta de teste de avaliação

8.

- $\lim(1 + e^n) = +\infty$  e

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}} = e^0 = 1$$

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(2n)}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 2 + \ln n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 2}{n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n}{n} = 0^+ + 0^+ = 0^+$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} = e^{+\infty} = +\infty$$

- $\lim\left(\ln \frac{1}{n}\right) = \ln 0^+ = -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{1}{x}} = e^0 = 1$$

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n}{e^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{e^n} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{e^n} = 0 - \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^n}{n}} = -\frac{1}{+\infty} = 0^-$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}} = e^{-\infty} = 0$$

Como  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(2n)}{n} = 0^+$  e  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ , a expressão  $\frac{\ln(2n)}{n}$  pode ser o termo geral da sucessão  $(x_n)$ .

Resposta: **(B)**