Novo Espaço – Matemática A 11.º ano

Proposta de Teste [abril – 2018]

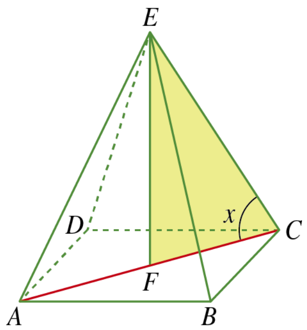
Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
- A prova inclui um formulário.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

CADERNO 1
(É permitido o uso de calculadora gráfica)

1. Na figura está representada uma pirâmide quadrangular regular.



Sabe-se que:

. a base da pirâmide tem centro F e área 8;

. x designa a amplitude, em radianos, do ângulo ECA e $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

1.1. Mostra que o volume da pirâmide é dado, em função de x, por:

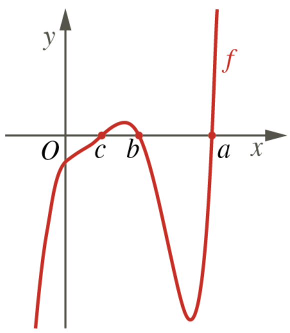
$$V(x) = \frac{16\tan(x)}{3}, \quad x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$$

1.2. Determina o valor de x, arredondado às centésimas, no caso de o volume da pirâmide ser igual a 10.

1.3. O valor do produto escalar $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CE}$ é igual a:

(A) 4 **(B)** 8 **(C)** 0 **(D)** -4

2. Na figura está representado o gráfico de uma função polinomial f, de grau 5, com exatamente três zeros: a, b e c.



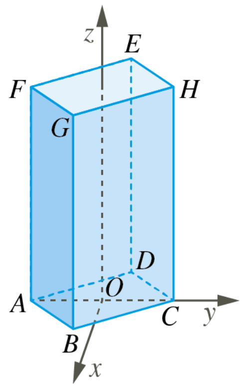
Sabe-se que:

. a, b e c são termos consecutivos de uma progressão geométrica (u_n) de razão $\frac{1}{2}$, sendo a o primeiro termo;

. $abc = 27$

Calcula a soma de todos os termos de (u_n).

3. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular reto $[ABCDEFGH]$.



Sabe-se que:

. a face $[ABCD]$ é um retângulo contido no plano xOy;

. o plano BCH é definido pela equação $3x+\sqrt{6}\,y-5\sqrt{6}=0$;

. os vértices A e C pertencem ao eixo Oy e são simétricos em relação à origem;

. o vértice B tem coordenadas $\left(2\sqrt{6}, -1, 0\right)$.

3.1. Representa a reta BG através de uma equação vetorial.

3.2. Determina a medida do volume do prisma, sabendo que o plano EFG é definido pela equação $z=12$.

Apresenta o resultado arredondado às décimas.

4. Na parede de uma sala foi detetada humidade às 8 horas.

Com o passar do tempo a humidade foi-se propagando na forma de um quarto de círculo de raio r.

Admite que a área, em metros quadrados, t horas após a mancha ter sido detetada, é dada pela função f definida por:

$$f(t)=\frac{3t+1}{t+2}\ ,\ \ 0\leq t\leq 8$$

Recorre às capacidades gráficas da calculadora e resolve o seguinte problema:

Em dado momento avaliou-se a extensão da mancha provocada pela humidade e verificou-se que correspondia a um quarto de círculo com 1,7 m de raio.

Determina a que horas ocorreu essa avaliação.

Na tua resposta deves explicitar, de forma clara, as seguintes etapas:

. O valor exato, em metros quadrados, da área da região ocupada pela mancha.

. Reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiveres necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial.

. Apresentar a resposta na forma $\boxed{\cdots}$h $\boxed{\cdots}$min $\boxed{\cdots}$s (os segundos arredondados às unidades).

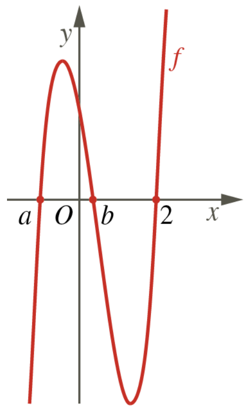
FIM (Caderno 1)

Cotações								Total
Questões – Caderno 1	**1.1.**	**1.2.**	**1.3.**	**2.**	**3.1.**	**3.2.**	**4**	
Pontos	12	13	10	15	10	10	10	**80**

CADERNO 2
(Não é permitido o uso de calculadora gráfica)

1. Sejam *f* e *g* duas funções polinomiais de graus 3 e 2 , respetivamente.
Na figura está representado o gráfico da função *f*.
Sabe-se que:

- $f(x) = 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$
- $g(x) = x^2 - 2x - 3$
- um dos zeros de *f* é 2 e os outros são representados por *a* e por *b*.



Simplifica a expressão $\frac{f(x)}{g(x)}$ e indica o domínio onde é válida a simplificação.

2. Considera, em $\mathbb{R}$, a inequação $\frac{2}{x} > 1$.

O conjunto-solução é:

(A) $]0, 2[$ **(B)** $]-\infty, 2[$ **(C)** $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right[$ **(D)** $]2, +\infty[$

3. Seja h uma função de domínio $\mathbb{R}$ definida por:

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + x} & \text{se } x < -1 \\ \dfrac{3k + 1}{x^2 + 1} & \text{se } x \geq -1 \end{cases} \quad ; k \in \mathbb{R}$$

3.1. Sabe-se que a função é contínua em $x = -1$.
O valor de *k* é:

(A) -1 **(B)** 2 **(C)** 1 **(D)** 4

3.2. Seja (u_n) a sucessão de termo geral $u_n = \frac{-2n - 1}{n + 1}$.

a) Estuda a sucessão (u_n) quanto à monotonia.

b) O valor de $\lim(h(u_n))$ é igual a:

(A) -1 **(B)** $\frac{3}{2}$ **(C)** $-\infty$ **(D)** 0

4. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, definida por $f(x)=\dfrac{2x-3}{x+1}$, e seja g a função tal que $g(x)=-3+f(x-2)$.

As equações das assíntotas do gráfico de g são:

(A) $x=-1$ e $y=5$ **(B)** $x=1$ e $y=-3$

(C) $x=4$ e $y=-1$ **(D)** $x=1$ e $y=-1$

5. Considera as funções f e g tais que:

$$f(x)=\frac{3x}{x+1} \quad \text{e} \quad g(x)=3-x$$

5.1. Resolve a inequação $f(x)\leq x$. Apresenta o resultado na forma de intervalo ou reunião de intervalos de números reais.

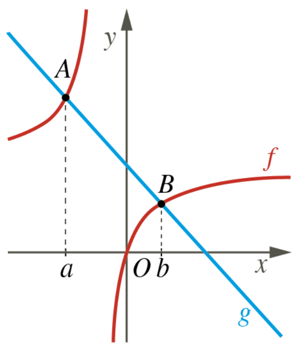
5.2. Calcula, caso exista, cada um dos seguintes limites:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ **b)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{g(x)}{x^2-x-6}$

5.3. Na figura, em referencial o.n. xOy, estão representadas as funções f e g.

Os pontos A e B são os pontos de interseção dos dois gráficos, com abcissas a e b, respetivamente.

Mostra que $a+b=-1$.



FIM (Caderno 2)

Cotações												
	Caderno 1 (com calculadora)											
Questões	**1.1.**	**1.2.**	**1.3.**	**2.**	**3.1.**	**3.2.**	**4.**					
Pontos	12	13	10	15	10	10	10	**Total**				**80**
	Caderno 2 (sem calculadora)											
Questões	**1.**	**2.**	**3.1.**	**3.2. a)**	**3.2. b)**	**4.**	**5.1.**	**5.2. a)**	**5.2. b)**	**5.3.**		
Pontos	15	10	12	10	10	10	18	10	10	15	**Total**	**120**
Total												**200**

FORMULÁRIO

GEOMETRIA

Comprimento de um arco de circunferência: αr
(α *– amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;*
r – raio)

Áreas de figuras planas

Polígono regular: $\textit{Semiperímetro} \times \textit{Apótema}$

Setor circular: $\frac{\alpha r^2}{2}$
(α *– amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio*)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$
(*r – raio da base; g – geratriz*)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$
(*r – raio*)

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Cone: $\frac{1}{3} \times \textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$ (*r – raio*)

PROGRESSÕES

Soma dos *n* primeiros termos de uma progressão (u_n):

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$

TRIGONOMETRIA

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

COMPLEXOS

$(\rho \operatorname{cis} \theta)^n = \rho^n \operatorname{cis}(n\theta)$ ou $(\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$

$\sqrt[n]{\rho \operatorname{cis} \theta} = \sqrt[n]{\rho} \operatorname{cis}\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)$ ou $\sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho}\, e^{i\frac{\theta + 2k\pi}{n}}$

$(k \in \{0, \dots, n-1\}$ e $n \in \mathbb{N})$

PROBABILIDADES

$\mu = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$

$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \dots + p_n (x_n - \mu)^2}$

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$

REGRAS DE DERIVAÇÃO

$(u+v)' = u' + v'$

$(u\,v)' = u'\,v + u\,v'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\,v - u\,v'}{v^2}$

$(u^n)' = n\,u^{n-1}\,u' \quad (n \in \mathbb{R})$

$(\sin u)' = u' \cos u$

$(\cos u)' = -u' \sin u$

$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)' = u'\,e^u$

$(a^u)' = u'\,a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

LIMITES NOTÁVEIS

$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$

CADERNO 1
(É permitido o uso de calculadora gráfica)

1.1. $\overline{AB}^2 = 8 \Leftrightarrow \overline{AB} = \sqrt{8}$

Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo [*ABC*], tem-se $\overline{AC}^2 = \sqrt{8}^2 + \sqrt{8}^2 \Leftrightarrow \overline{AC} = 4$.

Então, $\overline{FC} = 2$. Assim, $\tan(x) = \dfrac{\overline{EF}}{\overline{FC}} \Leftrightarrow \overline{EF} = 2\tan(x)$.

$V(x) = \dfrac{1}{3} \times 8 \times 2\tan(x) = \dfrac{16\tan(x)}{3}$, como se pretendia provar.

1.2. $V(x) = 10 \Leftrightarrow \dfrac{16\tan(x)}{3} = 10 \Leftrightarrow \tan(x) = \dfrac{30}{16} \Leftrightarrow \tan(x) = \dfrac{15}{8}$.

Então, $x \approx 1{,}08$ rad.

Resposta: O valor de x é de 1,08 radianos, aproximadamente.

1.3. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CE} = \overline{CA} \times \overline{CF} = 4 \times 2 = 8$

Opção (B): 8

2. $u_1 = a$; $u_2 = b = \dfrac{a}{2}$; $u_3 = c = \dfrac{a}{4}$

$abc = 27 \Leftrightarrow a \times \dfrac{a}{2} \times \dfrac{a}{4} = 27 \Leftrightarrow a^3 = 216 \Leftrightarrow a = 6$

Seja S a soma de todos os termos da progressão geométrica (u_n).

$$S = \lim\left(u_1 \frac{1-r^n}{1-r}\right) = \lim\left(6 \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}\right) = \lim\left(12 \times \left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)\right) = 12 \times (1-0) = 12$$

Resposta: A soma de todos os termos de (u_n) é 12.

3.

3.1. A reta *BG* é paralela ao eixo *Oz* e passa por *B*.

Resposta: $(x, y, z) = \left(2\sqrt{6}, -1, 0\right) + k(0,0,1),\ k \in \mathbb{R}$

3.2. $\overline{BG}=12$

Seja $C(0,y,0)$. Como $C\in BCH$, tem-se $\sqrt{6}\ y-5\sqrt{6}=0 \Leftrightarrow y=5$.

Assim, as coordenadas de C e A são, respetivamente, $(0,5,0)$ e $(0,-5,0)$.

$$\overline{BC}=\sqrt{\left(-2\sqrt{6}\right)^2+6^2}=\sqrt{60}$$

$$\overline{AB}=\sqrt{\left(2\sqrt{6}\right)^2+4^2}=\sqrt{40}$$

Seja V o volume do prisma.

$$V=\overline{AB}\times\overline{BC}\times\overline{BG}=\sqrt{40}\times\sqrt{60}\times12\approx587,9$$

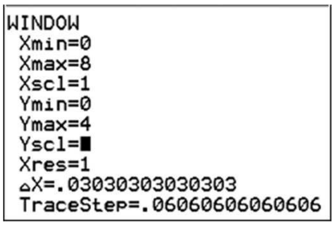
Resposta: A medida do volume do prisma é de, aproximadamente, 587,9 u.v..

4. Seja A a área da mancha quando o raio é igual a 1,7 m.

$$A=\frac{\pi\times1,7^2}{4}=0,7225\pi=\frac{289}{400}\pi$$

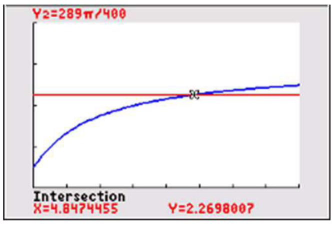
Para resolver $f(t)=\dfrac{289}{400}\pi$, introduzem-se, na calculadora, as expressões das funções:

$$y_1=f(t) \quad \text{e} \quad y_2=\frac{289}{400}\pi$$



Atendendo ao domínio definido, obtém-se o ponto de interseção dos gráficos:

$$(4,8474\ ;\ 2,2698)$$



Conclui-se que, ao fim de 4,8474 horas, a mancha atingiu a área de $\dfrac{289}{400}\pi$.

$$0,8474\times60=50,844$$

$$0,844\times60=50,64$$

O tempo decorrido foi de 4 h 50 min 51 s.

8 h + 4 h 50 min 51 s =12 h 50 min 51 s

Resposta: A avaliação ocorreu às 12 h 50 min 51 s.

FIM (Caderno 1)

Cotações								Total
Questões – Caderno 1	**1.1.**	**1.2.**	**1.3.**	**2.**	**3.1.**	**3.2.**	**4.**	
Pontos	12	13	10	15	10	15	15	**80**

CADERNO 2
(Não é permitido o uso de calculadora gráfica)

1. $D=\{x\in\mathbb{R}: g(x)\neq 0\}$

$$g(x)\neq 0 \Leftrightarrow \sim\big(g(x)=0\big)\Leftrightarrow \sim\left(x=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{2}\right)\Leftrightarrow \sim\left(x=3 \;\vee\; x=-1\right)\Leftrightarrow x\neq 3 \;\wedge\; x\neq -1$$

Assim, $D=\mathbb{R}\setminus\{-1,3\}$.

	3	–4	–5	2
2		6	4	–2
	3	2	–1	0

$$f(x)=\left(3x^2+2x-1\right)(x-2)$$

$$3x^2+2x-1=0\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{6}\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}\;\vee\; x=-1$$

$$\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{3\left(x-\frac{1}{3}\right)(x+1)(x-2)}{(x-3)(x+1)}=\frac{(3x-1)(x-2)}{x-3}=\frac{3x^2-7x+2}{x-3}$$

Resposta: $\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{3x^2-7x+2}{x-3}$ em $\mathbb{R}\setminus\{-1,3\}$

2. $\dfrac{2}{x}>1\Leftrightarrow \dfrac{2}{x}-1>0\Leftrightarrow \dfrac{2-x}{x}>0$

$x\in\,]0\,,\,2[$

	$-\infty$	0		2	$+\infty$
$2-x$	+	+	+	0	–
x	–	0	+	+	+
	–	s.s.	+	0	–

Opção: (A) $x\in\,]0\,,\,2[$

3.1. $$\lim_{x\to -1^-}\frac{x^2-1}{x^2+x}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim_{x\to -1^-}\frac{(x-1)(x+1)}{x(x+1)}=\lim_{x\to -1^-}\frac{x-1}{x}=\frac{-2}{-1}=2$$

$$\lim_{x\to -1^+}\frac{3k+1}{x^2+1}=\frac{3k+1}{2}=h(-1)$$

Para a função ser contínua em $x=-1$ é necessário que $\lim\limits_{x\to -1^-}h(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}h(x)=h(-1)$, ou seja:

$$\frac{3k+1}{2}=2\;\Leftrightarrow\;3k+1=4\;\Leftrightarrow\;k=1$$

Opção: (C) 1

3.2

a) $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-2(n+1)-1}{n+1+1}-\dfrac{-2n-1}{n+1}=\dfrac{-2n-3}{n+2}+\dfrac{2n+1}{n+1}$

$$\frac{-2n^2-2n-3n-3+2n^2+4n+n+2}{(n+2)(n+1)}=\frac{-1}{(n+2)(n+1)}<0\ ,\ \forall n\in\mathbb{N}$$

Resposta: A sucessão (u_n) é estritamente decrescente.

b) $\lim(u_n)=\lim\dfrac{-2n-1}{n+1}=-2$

Como $u_1=-\dfrac{3}{2}$ e (u_n) é decrescente, $\forall n\in\mathbb{N},u_n<-1$.

$$\lim(h(u_n))=\lim\frac{{u_n}^2-1}{{u_n}^2+u_n}=\frac{(-2)^2-1}{(-2)^2-2}=\frac{3}{2}$$

Opção: (B) $\dfrac{3}{2}$

4. $D_f=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

$f(x)=\dfrac{2x-3}{x+1}=\ 2-\dfrac{5}{x+1}$

As assíntotas ao gráfico de *f* são: $y=2$ e $x=-1$.

O gráfico de g obtém-se a partir do gráfico de f através de uma translação associada ao vetor $(2,\,-3)$.

Então, as assíntotas de g são $y=-1$ e $x=1$.

Opção: (D) $x=1$ e $y=-1$

Cálculo auxiliar

$$\begin{array}{r|l} 2x+3 & x+1 \\ \cline{2-2} -2x-2 & 2 \\ -5 & \end{array}$$

5.

5.1. $f(x)\le x\ \Leftrightarrow\ \dfrac{3x}{x+1}\le x\ \Leftrightarrow\ \dfrac{3x}{x+1}-x\le 0\ \Leftrightarrow\ \dfrac{3x-x^2-x}{x+1}\le 0\ \Leftrightarrow\ \dfrac{2x-x^2}{x+1}\le 0$

x	$-\infty$	-1		0		2	$+\infty$
$2x-x^2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	0	$-$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$\dfrac{2x-x^2}{x+1}$	$+$	s.s.	$-$	0	$+$	0	$-$

Cálculo auxiliar

$2x-x^2=0\ \Leftrightarrow\ x(2-x)=0\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=0\ \vee\ x=2$

$\dfrac{2x-x^2}{x+1}\le 0\ \Leftrightarrow\ x\in\,]-1,\,0]\cup[2,+\infty[$

Resposta: $x\in\,]-1,0]\cup[2,+\infty[$

5.2.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x}{x+1} \overset{\left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{=} \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x}{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3}{1+\dfrac{1}{x}} = 3$

Resposta: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$

b) $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{g(x)}{x^2-x-6} = \lim\limits_{x\to3} \dfrac{3-x}{x^2-x-6} \overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim\limits_{x\to3} \dfrac{3-x}{(x-3)(x+2)} =$

$= \lim\limits_{x\to3} \dfrac{-1}{x+2} = -\dfrac{1}{5}$

Cálculo auxiliar

$x^2-x-6=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+24}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=3 \vee x=-2$

Resposta: $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{g(x)}{x^2-x-6} = -\dfrac{1}{5}$

5.3 $\dfrac{3x}{x+1} = 3-x \Leftrightarrow \dfrac{3x}{x+1} - 3 + x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{3x-3x-3+x^2+x}{x+1} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2+x-3}{x+1} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2+x-3=0 \;\wedge\; x+1\neq0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+12}}{2} \;\wedge\; x\neq-1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2} \;\vee\; x=\dfrac{-1-\sqrt{13}}{2}$

Então, $a=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ e $b=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{13}}{2}$.

Assim, $a+b=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{13}}{2}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{13}}{2}=-1$, como se pretendia mostrar.

FIM (Caderno 2)

Cotações

Caderno 1 (com calculadora)									
Questões	**1.1.**	**1.2.**	**1.3.**	**2.**	**3.1.**	**3.2.**	**4.**		
Pontos	12	13	10	15	10	10	10	**Total**	**80**

Caderno 2 (sem calculadora)											
Questões	**1.**	**2.**	**3.1.**	**3.2. a)**	**3.2. b)**	**4.**	**5.1.**	**5.2. a)**	**5.2. b)**	**5.3.**	
Pontos	15	10	12	10	10	10	18	10	10	15	**Total** **120**

Total	**200**

FORMULÁRIO

GEOMETRIA

Comprimento de um arco de circunferência: αr

(α – *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;*
r – raio)

Áreas de figuras planas

Polígono regular: $Semiperímetro \times Apótema$

Setor circular: $\dfrac{\alpha r^2}{2}$

(α – *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)*

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$

(*r – raio da base; g – geratriz)*

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$

(*r – raio)*

Volumes

Pirâmide: $\dfrac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Cone: $\dfrac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3$ (*r – raio)*

PROGRESSÕES

Soma dos *n* primeiros termos de uma progressão (u_n):

Progressão aritmética: $\dfrac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \dfrac{1 - r^n}{1 - r}$

TRIGONOMETRIA

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\dfrac{\sin A}{a} = \dfrac{\sin B}{b} = \dfrac{\sin C}{c}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

COMPLEXOS

$(\rho \operatorname{cis} \theta)^n = \rho^n \operatorname{cis}(n\theta)$ ou $(\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$

$\sqrt[n]{\rho \operatorname{cis} \theta} = \sqrt[n]{\rho} \operatorname{cis}\left(\dfrac{\theta + 2k\pi}{n}\right)$ ou $\sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho}\, e^{i\frac{\theta + 2k\pi}{n}}$

$(k \in \{0, \ldots, n-1\}$ e $n \in \mathbb{N})$

PROBABILIDADES

$\mu = p_1 x_1 + \ldots + p_n x_n$

$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \ldots + p_n (x_n - \mu)^2}$

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$

REGRAS DE DERIVAÇÃO

$(u+v)' = u' + v'$

$(u\,v)' = u'\,v + u\,v'$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'\,v - u\,v'}{v^2}$

$(u^n)' = n\,u^{n-1}\,u' \quad (n \in \mathbb{R})$

$(\sin u)' = u' \cos u$

$(\cos u)' = -u' \sin u$

$(\tan u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)' = u'\,e^u$

$(a^u)' = u'\,a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

LIMITES NOTÁVEIS

$\lim \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$