TESTE DE DIAGNÓSTICO 9.º ➡ 10.º ANO

NOME: ____ **N.º:** ___ **TURMA:** ___ **ANO LETIVO:** _____/_____

DURAÇÃO DO TESTE: 90 MINUTOS **DATA:** _____/_____/_____

O teste é constituído por dois grupos.

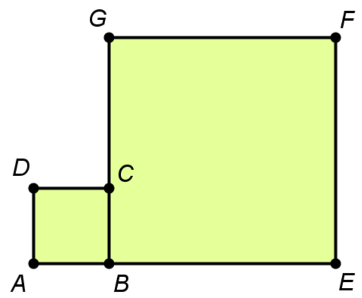
No **Grupo I**, são indicadas quatro opções de resposta para cada item, das quais só uma está correta. Deves escrever na folha de teste a letra da opção correta. Não apresentes cálculos, nem justificações.

No **Grupo II**, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias na resposta a cada item. É permitido o uso da máquina calculadora.

GRUPO I

1. Na figura, estão representados os quadrados [*ABCD*] e [*BEFG*]
O ponto *C* pertence ao lado [*BG*]
O ponto *A* não pertence ao lado [*BE*]
Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 2$
- $\overline{FE} = 2x + 1$



Qual das expressões representa, em função de x, a área da figura?

(A) $4x^2 + 5x$ **(B)** $4x^2 + 4x + 5$ **(C)** $4x^2 + 5$ **(D)** $4x^2 - 4x + 3$

2. Sabe-se que $\left[\pi, \sqrt{19}\right[\cap A = \left]\frac{7}{2}, \sqrt{19}\right[$

Qual dos intervalos seguintes pode representar o conjunto A?

(A) $\left]\pi, \frac{7}{2}\right[$ **(B)** $\left]\frac{7}{2}, \frac{21}{5}\right[$ **(C)** $\left]\frac{7}{2}, \frac{9}{2}\right[$ **(D)** $\left[\pi, \frac{7}{2}\right[$

3. Considera o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x + ay = b \\ -x + 3y = 5 \end{cases}, \ a, b \in \mathbb{R}$$

Valores de a e b que tornam este sistema impossível podem ser, por exemplo,

(A) $a = -3, \ b = -5$ **(B)** $a = 5, \ b = 3$ **(C)** $a = 0, \ b = 1$ **(D)** $a = -3, \ b = 3$

4. O peso médio dos 11 jogadores regulares de uma equipa de futebol júnior é 43 kg. Se incluirmos os 4 jogadores suplentes, o peso médio dos 15 jogadores passa para 45 kg. Qual é o peso médio dos quatro jogadores suplentes?

(A) 44 kg　　**(B)** 45 kg　　**(C)** 52,5 kg　　**(D)** 50,5 kg

5. Os gráficos seguintes representam funções cujas expressões são do tipo $y = ax^2$. Considera as seguintes afirmações:

I. *Os gráficos 1 e 4 têm a concavidade voltada para cima.*

II. *Os gráficos 3 e 4 têm a concavidade voltada para baixo.*

III. *Os valores de a correspondentes aos gráficos 1 e 3 são, em valor absoluto, menores do que os valores de a correspondentes aos gráficos 2 e 4.*

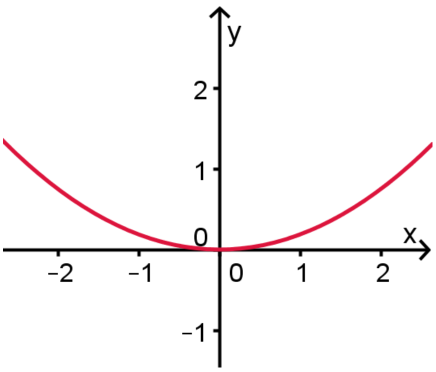


Gráfico 1

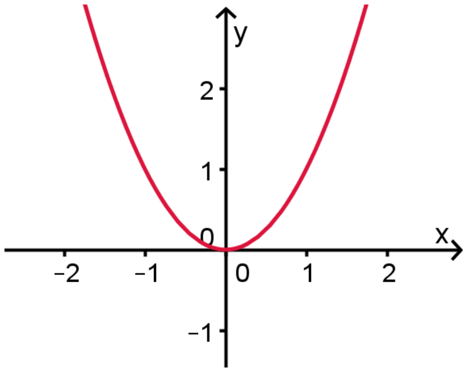


Gráfico 2

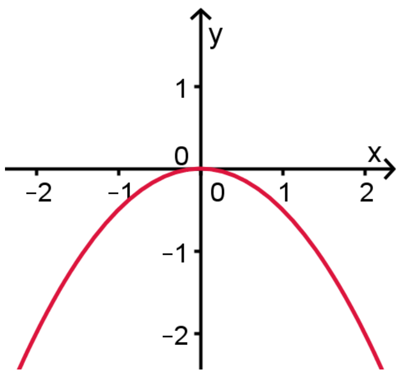


Gráfico 3

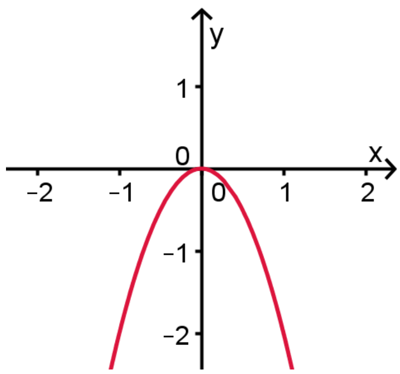


Gráfico 4

Quanto ao valor lógico das afirmações, podemos dizer que

(A) I,II, e III são falsas.

(B) I e III são falsas e II é verdadeira.

(C) I é falsa e II e III são verdadeiras.

(D) I e II são verdadeiras e III é falsa.

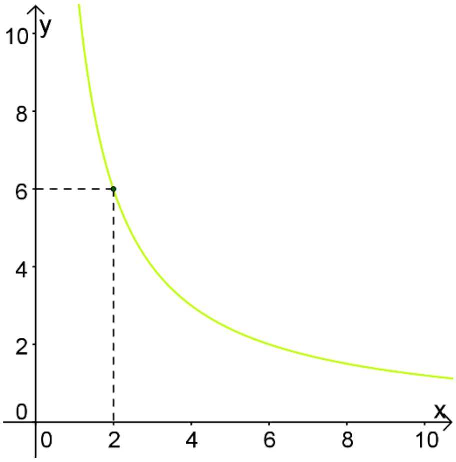
6. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função de proporcionalidade inversa.
Qual pode ser a sua representação analítica?

(A) $y = \frac{12}{x}$

(B) $y = 12x$

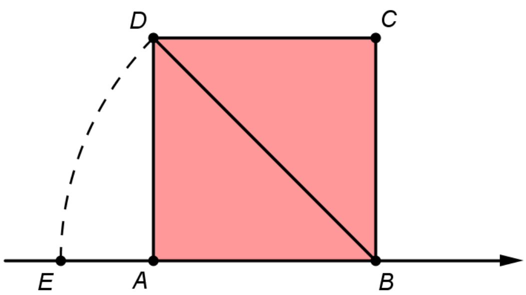
(C) $y = \frac{3}{x}$

(D) $y = 6x$



GRUPO II

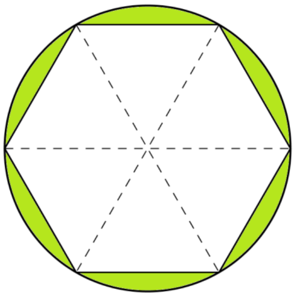
7. Na figura, está representado o quadrado $[ABCD]$, com um lado sobre a reta real. Os pontos *A, B* e *E* pertencem à reta real.
O arco *DE* pertence à circunferência com centro em *B* e raio $\overline{BD}$
A abcissa do ponto *A* é -1 e a abcissa de *B* é 2
Determina a abcissa do ponto *E*



8. Resolve, em $\mathbb{R}$, a inequação $\frac{1}{2}(x+1) \leq \frac{7}{2} - \frac{1}{4}x$

Apresenta o conjunto-solução na forma de intervalo de números reais.

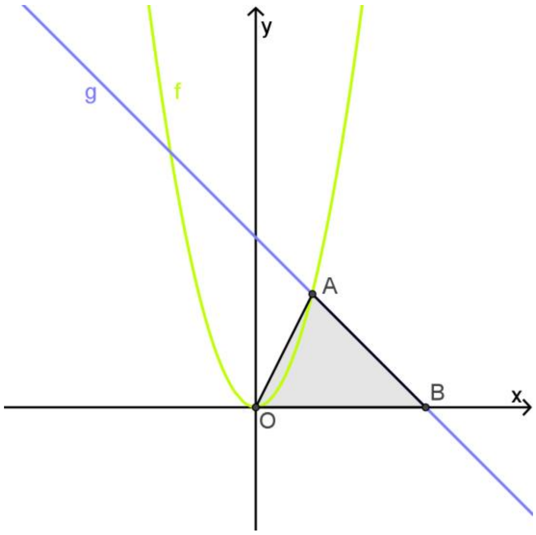
9. Na figura, está representado um hexágono regular inscrito numa circunferência de raio $\sqrt{2}$
Determina o valor da área da parte representada a colorido.
Apresenta o resultado arredondado às décimas.
Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.



10. No referencial cartesiano da figura, estão representadas partes dos gráficos da função *f* e da função *g* , assim como o triângulo [*OAB*]
Sabe-se que:

- *f* é uma função quadrática, cuja expressão analítica é $f(x) = 2x^2$
- *g* é uma função afim, cuja expressão analítica é $g(x) = -x + 3$
- O ponto *A*, é o ponto de interseção do gráfico de *f* com o gráfico de *g* de abcissa positiva.
- O ponto O é a origem do referencial.
- O ponto *B* é o ponto de interseção do gráfico de *g* com o eixo das abcissas.

Determina a área do triângulo [*OAB*]



FIM

Cotações:

1. a 6. ……………………………………6 x 10 pontos ……………………………………… **60 pontos**
7. ……………………………………………………………………………………………… **30 pontos**
8. ……………………………………………………………………………………………… **30 pontos**
9. ……………………………………………………………………………………………… **40 pontos**
10. ……………………………………………………………………………………………… **40 pontos**
Total …………………………………………………………………………………………… **200 pontos**

Proposta de resolução:

GRUPO I

1. A área da figura, em função de x, é dada pela expressão $A(x) = (2x+1)^2 + 2^2 = 4x^2 + 4x + 5$

Resposta B

2. A interseção de $[\pi, \sqrt{19}[$ e A é o conjunto formado pelos elementos comuns a estes dois conjuntos. Relativamente às opções dadas como resposta, só o conjunto $\left]\frac{7}{2}, \frac{9}{2}\right[$ satisfaz essas condições.

Resposta C

3. Designa-se sistema impossível um sistema que não tem soluções. Neste caso específico, para que o sistema não tenha soluções, ay e $3y$ têm de ser simétricos, isto é, a tem de ser -3.
O valor de b pode ser qualquer valor real diferente de -5, pois caso o sistema reunisse como condições $a = -3$ e $b = -5$, classificar-se-ia como sistema possível indeterminado.

Resposta D

4. Para determinar o peso médio dos 15 atletas, obtém-se a solução da seguinte equação:

$\frac{11\times 43+4x}{15} = 45,\ x = 50{,}5$

Resposta D

5. A afirmação I é falsa, pois o gráfico 1 tem a concavidade voltada para cima e o gráfico 4 a concavidade voltada para baixo.
A afirmação II é verdadeira, pois os gráficos 3 e 4 têm a concavidade voltada para baixo.
A afirmação III é verdadeira, pois mantendo-se as escalas dos eixos do referencial, quanto menor for o valor absoluto de a ($|a|$), mais «aberta» é a parábola, isto é, mais distante está do eixo das ordenadas, o que acontece com os gráficos 1 e 3.

Resposta C

6. A expressão analítica de uma função de proporcionalidade direta é $y = \frac{k}{x}, k \in \mathbb{R}$
O ponto de coordenadas (2,6) pertence ao gráfico da função, pelo que $k = y \times x = 12$. Uma expressão analítica da função representada no gráfico é $y = \frac{12}{x}$

Resposta A

GRUPO II

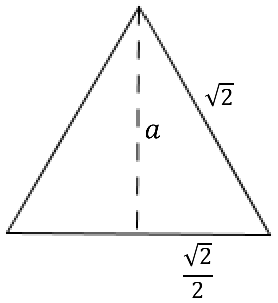
7. Como a abcissa do ponto *A* é -1 e a abcissa de *B* é 2, o lado do quadrado mede 3.
Os pontos *E* e *D* pertencem ao arco *DE* . Estes pontos encontram-se ambos à mesma distância do ponto *B* .
[*BD*] é a diagonal do quadrado [*ABCD*].
Pelo teorema de Pitágoras, $\overline{BD}^{\,2} = 3^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{BD} = \sqrt{18}$.
A abcissa do ponto *E* é $2 - \sqrt{18}$.

8. Tem-se:

$$\frac{1}{2}(x+1) \leq \frac{7}{2} - \frac{1}{4}x \Leftrightarrow \underset{\times 2}{\frac{x}{2}} + \underset{\times 2}{\frac{1}{2}} \leq \underset{\times 2}{\frac{7}{2}} - \underset{\times 1}{\frac{1}{4}}x \Leftrightarrow \frac{2x}{4} + \frac{2}{4} \leq \frac{14}{4} - \frac{x}{4} \Leftrightarrow 2x + x \leq 14 - 2 \Leftrightarrow x \leq 4$$

Conjunto-solução: $]-\infty, 4]$

9. Um hexágono regular pode ser decomposto em seis triângulos equiláteros. Para calcular a área de um hexágono, podemos começar por calcular a área de um triângulo e depois multiplicar a mesma por seis.



$$\left(\sqrt{2}\right)^2 = a^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow a^2 = 2 - \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow a = \sqrt{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$A_{triângulo} = \frac{\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, sendo que a área do hexágono é dada por $A_{hexágono} = 6 \times A_{triângulo} = 3\sqrt{3}$

Área da parte representada a colorido: $A_{círculo}$- $A_{hexágono} = \pi \times \left(\sqrt{2}\right)^2 - 3\sqrt{3} = 2\pi - 3\sqrt{3} \cong 1{,}1$

10. Para determinar a área do triângulo [*OAB*], temos de determinar a altura do triângulo relativa ao lado [*OB*]. A altura do triângulo é dada pela ordenada do ponto *A*, ponto este que resulta da interseção dos gráficos de f e de g , e tem abcissa positiva.

Para isso, pode-se resolver a equação $2x^2 = -x + 3$: $2x^2 = -x + 3 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$

Aplicando a fórmula resolvente das equações do 2.º grau, obtemos:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times (2) \times (-3)}}{2 \times 2} \Leftrightarrow x = \frac{-1+5}{4} \vee x = \frac{-1-5}{4} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -\frac{3}{2}$$

A abcissa de *A* é 1, porque *A* é um ponto de abcissa positiva.
A ordenada desse ponto obtém-se substituindo x por 1, na expressão analítica de uma das funções.
Por exemplo, $y = -1 + 3 = 2$.
A ordenada de *A* é 2 e representa a altura do triângulo [*OAB*]

A abcissa do ponto *B* é o zero da função *g* : $-x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$.
As coordenadas de *B* são (3,0). Sendo assim, temos $\overline{OB} = 3$.

A área do triângulo [*OAB*] é $\frac{3 \times 2}{2} = 3$.

Critérios de classificação GRUPO II:

7. .... 30 pontos

Indicar a medida do lado do quadrado .... 5 pontos
Referir que $\overline{BE} = \overline{BD}$ .... 10 pontos
Determinar $\overline{BD}$...10 pontos
Indicar a abcissa do ponto E.. 5 pontos

8. .... 30 pontos

Desembaraçar de parênteses .... 6 pontos
Reduzir todos os termos ao mesmo denominador .... 7 pontos
Agrupar os termos semelhantes no mesmo membro .... 6 pontos
Reduzir os termos semelhantes .... 7 pontos
Apresentar o conjunto-solução, sob a forma de intervalo de números reais .. 4 pontos

9. .... 40 pontos

Determinar a altura do triângulo equilátero .... 10 pontos
Determinar a área do triângulo equilátero .... 10 pontos
Determinar a área do hexágono .... 7 pontos
Determinar a área do círculo .... 5 pontos
Determinar a área da parte representada a colorido .... 5 pontos
Indicar o resultado com aproximação às décimas .... 3 pontos

10. .... 40 pontos

Determinar a altura do triângulo [*OAB*] relativa ao lado [*OB*] .... 25 pontos
- Escrever $2x^2 = -x + 3$ .... 5 pontos
- Resolver $2x^2 + x - 3 = 0$ .... 8 pontos
- Indicar a abcissa de *A* .... 5 pontos
- Determinar a ordenada do ponto *A* .... 7 pontos

Indicar as coordenadas do ponto *B* ....10 pontos
Determinar a área do triângulo [*OAB*] .... 5 pontos