|  |  |
| --- | --- |
|

|  |
| --- |
| Funções reais de variável real  |

 |

1. Na figura estão representados os gráficos de duas funções $f$ e $g$ de $R\rightarrow R$.

Qual das seguintes afirmações é falsa?

1. A função $g$ é bijetiva.
2. A restrição de $f$ a $[0,+\infty [$ é uma função injetiva.
3. As funções $f$ e $g$ são sobrejetivas.
4. Apenas a função $g$ é injetiva.
5. Considera a função $f:R\rightarrow R$ definida por $f\left(x\right)=-\frac{x}{3}+1$**.**
6. Elabora o quadro de sinal para a função $f$.
7. Caracteriza a função $g$ tal que $g∘f$ seja a função identidade.

1. Uma função $h$ tem o seguinte quadro de monotonia:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | $$-\infty $$ | $$-5$$ |  | $$-1$$ |  | $$0$$ |  | $$3$$ |
| $$h(x)$$ |  | $$2$$ |  | $$4$$ |  | $$-5$$ |  | $$0$$ |

Indica os majorantes e minorantes de $h$.

1. Seja $f$ uma função afim definida por $f\left(x\right)=-2x+6$.
2. Determina os zeros da função $g\left(x\right)=f(x+2)$.
3. Determina as coordenadas do extremo absoluto da função $h\left(x\right)=\left|f(-x)\right|-2$.
4. Na imagem ao lado está representada uma função $f$ de domínio $R$.

Qual dos seguintes é o gráfico de $-f(\left|x\right|)$?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **(A)** |  | **(B)** |  |
|  |  |  |  |
| **(C)** |  | **(D)** |  |



1. Seja $f$ uma função real de variável real de domínio $R$ com a seguinte representação gráfica.

Classifica as seguintes afirmações em verdadeiras (V) ou falsas (F).

1. $-1$ é um mínimo absoluto de $f$.
2. $2$ é o único máximo relativo de $f$.
3. Para $y=2$ o conjunto dos maximizantes de $f$ é $[2, 3[ ∪\{0\}$.
4. A função é crescente em sentido lato em $]-\infty , 0]$ e em $[2, +\infty [$.
5. A função é estritamente decrescente em $[0, 1]$.
6. Considera a família de funções reais de variável real $f\left(x\right)=2x^{2}-4x+p$, com $p\in R$.

Determina o valor de $p$ de modo que o contradomínio da função $f$ seja $[5, +\infty [$.

1. Na figura está um quadro cuja moldura tem $5 cm$ de largura.

Sabe-se que o perímetro exterior da moldura é igual a $160 cm$.

Qual deve ser o comprimento (em $cm$) do retângulo interior de forma que este tenha área máxima?



1. Na figura está representada uma função $f$ cuja representação gráfica é constituída por parte de uma parábola e por uma semirreta paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares.

Sabe-se que as coordenadas do vértice da parábola são $(-1,-8)$ e o ponto $(1, 0)$ pertence à parábola e à semirreta.

Escreve uma expressão que defina a função $f$.

1. Seleciona a opção que corresponde ao conjunto-solução da inequação $\left|x-1\right|+\left|x-2\right|>1$.
2. $]1, 2[$ **(B)** $R\\left\{1, 2\right\}$ **(C)** $]-\infty , 2[$ **(D)** $]-\infty , 1\left[ ∪ \right]2,+\infty [$
3. Considera a função $f\left(x\right)=3+\sqrt{9-x^{2}}$.
4. Determina o domínio de $f$.
5. Mostra que $f$ é uma função par.
6. Considera as funções $f\left(x\right)=\sqrt{3x-1}$ e $g\left(x\right)=-2x^{2}+8$.

Caracteriza a função $\frac{f}{g}$.

1. Considera as funções $f$ e $g$ definidas por $f\left(x\right)=\frac{2x-1}{3}$ e $g\left(x\right)=\sqrt[3]{x+6}$.

Determina $f^{-1}\left(3\right), g^{-1}\left(2\right)$ e $(f ∘g)(2)$.

1. Seja $f$ a função real de variável real definida por $f\left(x\right)=\sqrt{x+2}$.

Determina a abcissa do(s) pontos(s) de interseção do gráfico de $f$ com a bissetriz dos quadrantes pares.

1. Um balão de São João foi lançado de uma varanda de um prédio.

A altura, em metros, alcançada pelo balão, em função do tempo, $t$, em minutos, que decorreu após ter sido lançado, é dada pela expressão: $A\left(t\right)=\frac{-\left(t+4\right)^{2}\left(t-12\right)}{4}$.

Ao fim de quanto tempo cai no chão o balão?

1. Na figura estão representadas as funções$f$ e $g$ definidas por $f\left(x\right)=-\left|x\right|+3$ e $g\left(x\right)=x^{2}-3$.



Seja $x\in [0, 2]$ a abcissa do ponto $B$ que se desloca ao longo da parábola.

Para cada posição do ponto $B$ considera o retângulo $[ABCD]$ de lados paralelos aos eixos coordenados.

Os pontos $I$ e $J$ são os pontos de interseção das funções $f$ e $g$.

1. Mostra que o perímetro do retângulo $[ABCD]$ é dado por:

 $P\left(x\right)=-2(x^{2}-x-6)$.

1. Determina $P(2)$ e $P(0)$ e interpreta os resultados obtidos no contexto do problema.
2. Determina as coordenadas do ponto $D$ para as quais o perímetro do retângulo $[ABCD]$ é máximo.

|  |
| --- |
| Funções reais de variável real Soluções |

1. (C)
2. a)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | $$-\infty $$ | $$3$$ | $$+\infty $$ |
| $$f(x)$$ | $$+$$ | $$0$$ | $$-$$ |

b)$ g:R\rightarrow R$

 $x\rightarrow -3x+3$

1. Majorantes: $-1$ e $3$.

Minorantes: $-5$ e $0$.

1. a) $x=1$

b) $(-3,-2)$

1. (C)
2. Verdadeiras: (A), (C), (D) e (E).

Falsas: (B).

1. $p=7$
2. $30 cm$
3. $f\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}2\left(x+1\right)^{2}-8, x<1\\x-1, x\geq 1\end{array}\right.$
4. (D)
5. a) $D\_{f}=[-3, 3]$

b) Para mostrar o pretendido deves:

* determinar uma expressão para $f(-x)$;
* concluir que $f\left(x\right)=f(-x)$, $∀x\in D\_{f}$.
1. $\frac{f}{g}:\left[\frac{1}{3}, 2\right[∪\left[2,+\infty \right[\rightarrow R$

 $x \rightarrow \frac{\sqrt{3x-1}}{-2x^{2}+8}$

1. $f^{-1}\left(3\right)=5$; $g^{-1}\left(2\right)=2$; $\left(f∘g\right)\left(2\right)=1$
2. $x=-1$
3. $12$ minutos
4. a)Para mostrar o pretendido deves:
* determinar uma expressão para $\overbar{AB}$ ($2x$);
* determinar uma expressão para $\overbar{BC}$ ($f\left(x\right)-g\left(x\right)=-x^{2}-x+6$);
* determinar a expressão do perímetro ($2×\left(\overbar{AB}+\overbar{BC}\right)$);
* concluir o pretendido.

b)$P\left(2\right)=8=2×\overbar{JI}$ $P\left(0\right)=12=2×\overbar{PQ}$

c)$D\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{ 2}\right)$