|  |
| --- |
| Operações com polinómios |

**1.** Qual é o menor grau possível do polinómio $A(x)×B(x)$, se $A\left(x\right)=x^{m}+3x^{4}+2x-5$ e $B\left(x\right)=6x^{n}-x^{7}$, onde $m>5$ e $n>7$?

**2.** **Considera a divisão inteira de** $A(x)$ **por** $B(x)$**.**

**Determina o polinómio dividendo** $A(x)$ **sabendo que os polinómios divisor, quociente e resto são, respetivamente** $B\left(x\right)=x^{3}+x$**,** $Q\left(x\right)=3x^{2}-4$ **e** $R\left(x\right)=2x+5$**.**

**3.** **Sejam** $A\left(x\right)=x^{10}-8x^{4}+6x+4$ **e** $B\left(x\right)=x^{5}-x^{3}+1$**.**

**Determina o quociente e o resto da divisão de** $A(x)$ **por** $B(x)$**, aplicando o algoritmo da divisão inteira.**

**4.** **Utiliza a regra de Ruffini e determina o quociente e o reto da divisão de** $A(x)$ **por** $B(x)$**, sendo:**

1. $A\left(x\right)=5x^{4}+8x^{3}-16$ **e** $B\left(x\right)=x+2$**;**
2. $A\left(x\right)=8x^{3}+1$ **e** $B\left(x\right)=2x-1$**.**

**5.** **A área de um retângulo é dada pelo polinómio** $A\left(x\right)=6x^{2}-x-12$**.**

**Determina um polinómio** $C(x)$ **que represente a altura do retângulo sabendo que a base é dada pelo polinómio** $B\left(x\right)=3x+4$**.**

**6.** **Determina o resto da divisão de** $A\left(x\right)=3x^{3}+\frac{1}{2}x+1$ **por** $B\left(x\right)=x-2$**, sem efetuar a divisão.**

**7.** **Quais dos seguintes números:** $-3$**,** $-2$**,** $-1$**,** $0$**,** $1$**,** $2$ **e** $3$ **não são zeros do polinómio:**

$A\left(x\right)=x^{5}-2x^{4}-7x^{3}+8x^{2}+12x$**.**

**8.** Determina os valores de $k$ tal que $A\left(x\right)=(kx)^{2}+\left(2k+3\right)x+13$, com $k\in R$ é divisível por $B\left(x\right)=x+4$.

**9.** Mostra que $P\left(x\right)=x^{n+2}+3x^{n+1}+2x^{n}$, com $n\in N$ é divisível por $x+1$.

**10.** **Determina o polinómio** $P(x)$ **do** $3.$**º grau que admite os zeros simples** $-\frac{1}{2}$$, -3$ **e** $6$ **e cujo resto da divisão por** $x+1$ **é igual a** $14$**.**

**11.** **Determina para que valores reais de** $a$ **e** $b$ **o polinómio** $P\left(x\right)=x^{4}-2x^{3}+ax^{2}+bx-3$ **dividido por** $x-1$ **dá resto** $-4$ **e dividido** $x+1$ **por dá resto** $2$**.**

**12.** Decompõe em fatores os seguintes polinómios:

1. $A\left(x\right)=x^{3}+2x^{2}+x$ **;**
2. $B\left(x\right)=x^{3}-9x$**;**
3. $C\left(x\right)=x^{4}-5x^{3}-3x^{2}+17x-10$**, sabendo que** $1$ **é raiz dupla de** $C(x)$**.**

**13.** **Considera o polinómio** $A\left(x\right)=x^{7}-3x^{6}-5x^{5}+7x^{4}+15x^{3}+19x^{2}+21x+9$**.**

**Sabendo que o polinómio** $A(x)$ **admite as raízes** $-1$ **e** $3$ **com diferentes ordens de multiplicidade, determina o polinómio** $B(x)$ **sem zeros tal que** $A\left(x\right)=\left(x+1\right)^{m}\left(x-3\right)^{n}B(x)$ **e identifica os valores de** $m$ **e** $n$**.**

**14.** Considera os polinómios $A\left(x\right)=x^{3}+ax^{2}+x+b$, com $a$ e $b\in R$ e $B(x)=x^{2}+2x$ com duas raízes comuns.

1. Determina os valores de $a$ e de $b$.
2. Calcula a outra raiz de $A(x)$**.**
3. **Decompões** $A(x)$ **em fatores.**

**15.** **Classifica as seguintes afirmações em verdadeiras (V) ou falsas (F).**

1. **Se** $P(x)$ **é um polinómio de grau** $n$ **então** $P(x)$ **tem** $n$ **raízes reais distintas.**
2. **Todos os polinómios têm pelo menos uma raiz real.**
3. **Se** $P(x)$ **for um polinómio de grau** $n$**, tiver** $k$ **raízes reais distintas** $x\_{1}, x\_{2}, …, x\_{k}$**, então existe um polinómio de grau zero tal que** $P\left(x\right)=(x-x\_{1})^{n\_{1}}(x-x\_{2})^{n\_{2}}…\left(x-x\_{k}\right)^{n\_{k}}Q(x)$ **e**

$n\_{1}+n\_{2}+…+n\_{k}=n$**.**

|  |
| --- |
| Operações com polinómios Soluções |

1. $14$
2. $A\left(x\right)=3x^{5}-x^{3}-2x+5$
3. $Q\left(x\right)=x^{5}+x^{3}+x-1$ e $R\left(x\right)=-7x^{4}-2x^{3}+5x+5$
4. $Q\left(x\right)=5x^{3}-2x^{2}+4x-8$ e $R\left(x\right)=0$
5. $Q\left(x\right)=4x^{2}+2x+1$ e $R\left(x\right)=2$
6. $C\left(x\right)=2x-3$
7. $26$
8. $-3$ e $1$
9. $k=\frac{1}{4}$
10. Se $P(x)$ é divisível por $x+1$ então, pelo teorema do resto, basta verificar que $P\left(-1\right)=0$.

Se $n$ é par $P\left(-1\right)=(-1)^{n+2}+3×(-1)^{n+1}+2×(-1)^{n}=1+3×\left(-1\right)+2×1=0$, então $P(x)$ é divisível por $x+1$ quando $n$ é par.

Se $n$ é ímpar $P\left(-1\right)=(-1)^{n+2}+3×(-1)^{n+1}+2×(-1)^{n}=-1+3×1+2×(-1)=0$, então $P(x)$ é divisível por $x+1$ quando $n$ é ímpar.

Logo, $P(x)$ é divisível por $x+1$, $∀n\in N$.

1. $P\left(x\right)=2x^{3}-5x^{2}-39x-18$
2. $a=1$ e $ b=-1$
3.
4. $A\left(x\right)=x(x+1)^{2}$
5. $B\left(x\right)=x(x-3)(x+3)$
6. $C\left(x\right)=\left(x-1\right)^{2}(x+2)(x-5)$
7. $B\left(x\right)=x^{2}+1$, $m=3$ e $n=2$
8.
9. $a=\frac{5}{2}$ e $b=0$
10. $-\frac{1}{2}$
11. $A\left(x\right)=x(x+2)\left(x+\frac{1}{2}\right)$
12. a) F; b) F; c) V.