|  |
| --- |
| Lógica e teoria de conjuntos |

**1.** Considera as proposições $p$*:*”O João gosta de futebol.” e $q$*:*”O João gosta de basquetebol.”.

**Traduz para linguagem corrente as seguintes proposições:**

1. $\~ p$
2. $p ∧ p$
3. $p ⇒ q$
4. $q ⇒ \~ p$

**2.** **Escreve a negação das proposições seguintes:**

1. **“Leio um livro ou vejo televisão.”**
2. **“Leio um livro e não vejo televisão.”**

**3.** **Considera as proposições** $p$***:* ”A Helena é pobre.” e** $q$***: ”*A Helena é infeliz.”. Traduz para linguagem simbólica as expressões seguintes.**

1. **Não é verdade que a Helena não é pobre.**
2. **A Helena é pobre e é feliz.**
3. **A Helena não é pobre ou é infeliz.**
4. **A Helena é feliz se e somente se não for rica.**

**4.** **Sabe-se que a proposição “O professor é exigente ou rigoroso.” é verdadeira.**

**Indica, justificando, qual das proposições seguintes é necessariamente falsa.**

1. **O professor é rigoroso e exigente.**
2. **O professor não é exigente ou não é rigorosa.**
3. **O professor não é exigente e não é rigoroso.**

**5.** **Escreve em linguagem simbólica as expressões seguintes.**

1. **Chove se o céu estiver com nuvens ou estiver nevoeiro.**
2. **Se não chover, então o céu não tem nuvens nem está nevoeiro.**

**6.** Seleciona a opção correta.

Seja $p$***:*”O Afonso é vegetariano.” e** $q$***:”*O Afonso come sushi.”.**

**A proposição “O Afonso não é vegetariano e come sushi.” é equivalente a:**

1. $\~p⇒q$
2. $\~p∨q$
3. $p∧∼q$
4. $∼\left(p∨∼q\right)$

**7.** Seleciona a opção correta.

**Sabe-se que:**

**Todos os alunos estudam.**

**Todos os alunos são inteligentes.**

**O Luís estuda.**

**O Rui é inteligente.**

Então podemos concluir que:

1. O Luís é aluno.
2. O Rui estuda.
3. Existe algum inteligente que estuda.
4. Os inteligentes estudam.

**8.** Demonstra, através de uma tabela de verdade que a equivalência $p∧\left(p∨q\right)⇔p$ é válida.

**9.** Sabendo que$p∧q$ é uma proposição falsa, simplifica a expressão $∼p∨\left(p∧∼q\right)$ e indica o seu valor lógico.

**10.** **Escreve a negação das proposições seguintes.**

1. **Todos os animais têm quatro patas.**
2. **Existe algum carro que não avaria.**
3. **Todos os telemóveis têm câmara e calculadora.**

**11.** Considera os conjuntos $A=\left\{1, 2, 5, 7\right\}$, $B∪A=\left\{0, 1, 2, 3, 5, 7\right\}$ e $A∩B=\left\{2, 5\right\}$.

**Escreve em extensão os seguintes conjuntos.**

1. $B$
2. $A∖B$
3. $B∖A$

**12.** **Classifica cada uma das seguintes expressões em verdadeiras (V) ou falsas (F).**

1. $A=B$ se e somente se $A⊂B$.
2. **Se** $∃ x :x\in A ⇒ x\in B, $então $A⊂B$.
3. **Se** $A⊂B$, então $∃ x :x\in B ⇒ x\in A$**.**
4. **Se** $∀ x, x\in A ⇒ x\notin B$, então $A∖B=B$.

**13.** Justifica as expressões classificadas como falsas na questão anterior, apresentando um contraexemplo.

**14.** Numa piscina existe um aviso que diz:

“*Não pode permanecer nesta piscina quem não tiver chinelos, touca ou fato de banho.”*

Indica o valor lógico das seguintes afirmações.

a) A Nelma não tem chinelos, logo não pode permanecer na piscina.

b) O Eduardo tem chinelos, logo pode permanecer na piscina.

c) A Francisca não pode permanecer na piscina, logo não tem touca ou chinelos.

d) O António pode permanecer na piscina, logo trouxe chinelos ou touca.

**15.** Mostra, por contrarrecíproco, que se $n$ for um número par, então $n^{2}+2n$ é um número par.

|  |
| --- |
| Lógica e teoria de conjuntos Soluções |

1. O João não gosta de futebol.
2. O João gosta de futebol e de basquetebol.
3. Se o João gosta de futebol, então gosta de basquetebol.
4. Se o João gosta de basquetebol, então não gosta de futebol.
5. Não leio um livro e não vejo televisão.
6. Não leio um livro ou vejo televisão.
7. $\~\left(\~p\right)$
8. $p∧\left(\~ q\right)$
9. $\~p∨q$
10. $\~q⇔\~\left(\~p\right)$
11. c) Uma vez que **a proposição “O professor é exigente ou rigoroso.” é verdadeira, então pelo menos uma das proposições “é exigente” e “é rigoroso” terá de ser verdadeira. Assim, alguma das proposições “não é exigente” e “não é rigoroso” será falsa, pelo que a proposição “O professor não é exigente e não é rigoroso” será necessariamente falsa.**
12. Seja $p$*:”Chove.”*, $q$*:”O céu tem nuvens.”* e $r$*:”Está nevoeiro.”.*
13. $\left(q∨r\right)⇒p$
14. $\~p⇒\left(\~q∧\~r\right)$
15. d)
16. c)
17.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$p$$ | $$q$$ | $$p∨q$$ | $$p∧\left(p∨q\right)$$ |
| **V** | V | V | **V** |
| **V** | F | V | **V** |
| **F** | V | V | **F** |
| **F** | F | F | **F** |

1. $∼p∨\left(p∧∼q\right)⇔\left(\~p∨p\right)∧\left(∼p∨\~q\right)⇔\~p∨∼q⇔\~\left(p∧q\right) \rightarrow $ Verdadeira
2. Existe algum animal que não tem quatro patas.
3. Todos os carros avariam.
4. Existe algum telemóvel que não tem câmara ou não tem calculadora.
5. $B=\left\{0, 2, 3, 5\right\}$
6. $A∖B=\left\{1, 7\right\}$
7. $B∖A=\left\{0, 3\right\}$
8. a) F; b) F; c) V; d) F
9. “Se $A=B$, então $A⊂B$.” é verdade. Mas, “se $A⊂B$, então $A=B$.” é falso.

Contraexemplo: $A=\left\{0, 1\right\}$ e $B=\left\{0, 1, 2\right\}$.

1. Pode existir algum $x\in A$ tal que $x\notin B$, logo não podemos concluir que $A⊂B$.

Contraexemplo: $A=\left\{1, 2, 3, 4\right\}$ e $B=\left\{2, 4, 6\right\}$.

1. Como qualquer $x\in A$ não pertence a $B$, então não existe nenhum elemento comum a $A$ e a $B$. Logo, $A∖B=A$.

Contraexemplo: $A=\left\{números pares\right\}$ e $B=\left\{números ímpares\right\}$.

1. a) V ; b) F ; c) F ; d) V

1. Implicação contrarrecíproca: “se $n^{2}+2n$ é um número ímpar, então $n$ é um número ímpar”.

 $n^{2}+2n=n(n+2)$

$n(n+2)$ é um número ímpar se e somente se $n$ e $n+2$ forem ambos ímpares.

Sabemos que se $n$ for ímpar então $n+2$ também é ímpar.

Assim concluímos que $n$ é um número ímpar, o que demonstra a implicação contrarrecíproca.

Logo, fica demonstrado que se $n$ for um número par, então $n^{2}+2n$ é um número par.