TESTE DE LÓGICA, ÁLGEBRA E GEOMETRIA – 10.º ANO

NOME: ____ **N.º:** ___ **TURMA:** ___ **ANO LETIVO:** _____/_____

DATA: _____/_____/_____

DURAÇÃO DO TESTE: 90 MINUTOS

O teste é constituído por dois grupos. O Grupo I é constituído por itens de seleção e o Grupo II é constituído por itens de construção.

GRUPO I

Este grupo é constituído por itens de escolha múltipla.
Para cada item, seleciona a opção correta.

1. Em $\mathbb{R}_0^+$, $\sqrt{x} > 0$ é uma condição

(A) possível e universal.

(B) impossível.

(C) possível mas não universal.

(D) impossível e universal.

2. Num triângulo retângulo, os catetos medem $\sqrt[4]{25}$ e $\sqrt[4]{125}$, numa determinada unidade de medida. Quanto mede a hipotenusa, na mesma unidade de medida?

(A) $\sqrt{5}$ **(B)** $\sqrt{\sqrt{5}}$ **(C)** $\sqrt{5\sqrt{5}+5}$ **(D)** $25\sqrt{5}$

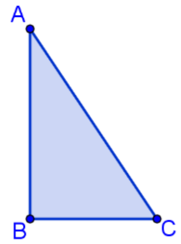
3. O polinómio $P(x) = 4x^3 - 8x^2 - x + 2$ admite a raiz 2. As outras raízes deste polinómio são

(A) $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$ **(B)** -2 e 1 **(C)** -1 e 0 **(D)** $-\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{3}$

4. Considera a circunferência definida num referencial ortonormado do plano pela equação $(x-4)^2 + (y+4)^2 = 6$. As coordenadas do centro da circunferência e o valor do raio são, respetivamente

(A) $(-4,4)$ e 6 **(B)** $(4,-4)$ e 6 **(C)** $(-4,4)$ e $\sqrt{6}$ **(D)** $(4,-4)$ e $\sqrt{6}$

5. Na figura ao lado está representado um triângulo retângulo $[ABCD]$.



Qual das igualdades seguintes é correta?

(A) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ **(B)** $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=-\overrightarrow{BA}$

(C) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$ **(D)** $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}$

GRUPO II

Este grupo é constituído por itens de construção. Nas respostas aos itens deste grupo, apresenta todos os cálculos que efetuares e todas as justificações necessárias.

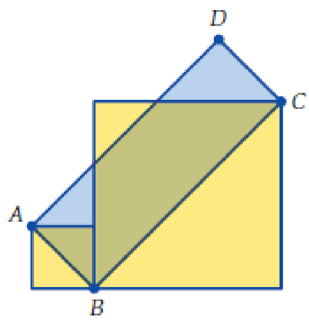
1. Supondo que os valores lógicos das proposições p, q e r são, respetivamente, V, F e V, determina o valor lógico da seguinte proposição:

$$p \wedge \sim q \Rightarrow r$$

2. Escreve uma proposição equivalente à negação da seguinte proposição, utilizando as primeiras leis de De Morgan.

«O Matias estuda e é inteligente.»

3. Na figura ao lado, estão representados dois quadrados, um com 1 cm de lado e outro com 3 cm de lado, e o retângulo $[ABCD]$, em que



- $[AB]$ é uma diagonal do quadrado menor.
- $[BC]$ é uma diagonal do quadrado maior.

Determina o perímetro do retângulo $[ABCD]$.

4. O polinómio $P(x)=-2x^3-2x^2+kx+8$, com $k\in\mathbb{R}$, é divisível por $x+1$.

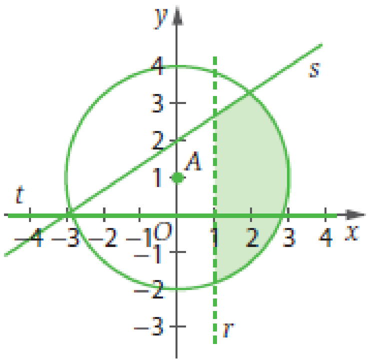
4.1 Mostra que $k=8$.

4.2 Calcula o resto da divisão inteira de $P(x)$ pelo polinómio $x-\sqrt{2}$.

4.3 Decompõe o polinómio $P(x)$ em fatores polinomiais de 1.º grau.

4.4 Resolve a inequação $P(x)\geq 0$.

5. No referencial o.n. xOy da figura estão representadas uma circunferência de centro A e três retas: uma vertical, r, uma horizontal e coincidente com o eixo das abcissas, t, e uma oblíqua, s. A reta r interseta o eixo das abcissas no ponto de coordenadas $(1,0)$. A reta s interseta o eixo das abcissas no ponto de coordenadas $(-3,0)$ e interseta o eixo das ordenadas no ponto de coordenadas $(0,2)$.



5.1 Escreve

5.1.1 uma equação vetorial da reta r.

5.1.2 uma equação cartesiana da reta horizontal t.

5.1.3 a equação reduzida da reta oblíqua s.

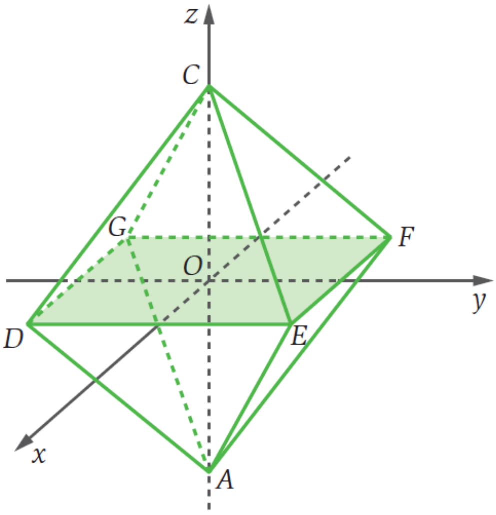
5.2 Mostra que $x^2+y^2-2y-8=0$ é uma equação da circunferência.

5.3 Apresenta uma condição que defina o conjunto de pontos representado a sombreado, incluindo a fronteira.

5.4 Escreve a equação reduzida da elipse de focos no eixo das ordenadas, que interseta a circunferência no semieixo positivo Oy e interseta a reta s no eixo Ox.

6. No referencial o.n. $Oxyz$ esta representado um octaedro (poliedro cujas faces são triângulos equiláteros, geometricamente iguais), tal que

- o centro geométrico do sólido coincide com a origem do referencial;
- os vértices A e C pertencem ao eixo Oz;
- os eixos Ox e Oy intersetam o quadrado $[DEFG]$ nos pontos médios dos seus lados;
- as coordenadas de E são $(2,2,0)$.



6.1 Determina as coordenadas dos restantes vértices do octaedro.

6.2 Escreve condições cartesianas que representem os seguintes conjuntos de pontos:

6.2.1 plano DEF;

6.2.2 reta EF;

6.2.3 superfície esférica com centro em A e que contém o ponto F.

FIM

Cotações

GRUPO I

1. a 5. .... **5 × 10 pontos** .... **50 pontos**

GRUPO II

1. .... **12 pontos**
2. .... **8 pontos**
3. .... **10 pontos**
4.1 .... **10 pontos**
4.2 .... **10 pontos**
4.3 .... **10 pontos**
4.4 .... **13 pontos**
5.1.1 .... **9 pontos**
5.1.2 .... **5 pontos**
5.1.3 .... **7 pontos**
5.2 .... **10 pontos**
5.3 .... **10 pontos**
5.4 .... **10 pontos**
6.1 .... **8 pontos**
6.2.1 .... **5 pontos**
6.2.2 .... **5 pontos**
6.2.3 .... **8 pontos**

TOTAL .... **200 pontos**

Critérios específicos de classificação

GRUPO I

1. a 5. .... **5 × 10 pontos** .... **50 pontos**

Itens	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Opções corretas	**C**	**C**	**A**	**D**	**B**

GRUPO II

1. .... **12 pontos**

Referir que $\sim q$ é verdadeira .... 4 pontos

Referir que $p \wedge \sim q$ é verdadeira .... 4 pontos

Concluir que $p \wedge \sim q \Rightarrow r$ é verdadeira .... 4 pontos

2. .... **8 pontos**

«O Matias não estuda ou não é inteligente»

3. .... **10 pontos**

Obter $\overline{AB} = \sqrt{2}$ .... 3 pontos

Obter $\overline{BC} = 3\sqrt{2}$ .... 3 pontos

Escrever uma expressão para o perímetro .... 2 pontos

Obter o valor pedido $\left(8\sqrt{2}\right)$ .... 2 pontos

4.1 .... **10 pontos**

Obter $8 - k = 0$ (ou equivalente) .... 8 pontos

Concluir que $k = 8$ .... 2 pontos

4.2 .... **10 pontos**

Aplicar o teorema do resto, a regra de Ruffini ou o algoritmo da divisão .... 8 pontos

Apresentar o resto $\left(4\sqrt{2} + 4\right)$ .... 2 pontos

4.3 .... **10 pontos**

Obter $P(x) = \left(-2x^2 + 8\right)(x+1)$ .... 5 pontos

Obter $P(x) = -2(x-2)(x+1)(x+2)$ .... 5 pontos

4.4 .... **13 pontos**

Reconhecer que $P(x)\geq 0 \Leftrightarrow \left(-2x^2+8\right)(x+1)\geq 0$ .... 1 ponto

Estudar o sinal de $-2x^2+8$ .... 6 pontos

Estudar o sinal de $x+1$ .... 3 pontos

Apresentar o conjunto-solução $\left(]-\infty, -2]\cup[-1, 2]\right)$ .... 3 pontos

5.1.1 .... **9 pontos**

Identificar um ponto da reta .... 2 pontos

Indicar um vetor diretor da reta .... 2 pontos

Escrever a equação ($(x, y)=(1,0)+k(0,1),\ k\in\mathbb{R}$, ou equivalente) .... 5 pontos

5.1.2 .... **5 pontos**

$y=0$

5.1.3 .... **7 pontos**

Indicar a ordenada na origem .... 2 pontos

Indicar o declive .... 3 pontos

Escrever $y=\frac{2}{3}x+2$ .... 2 pontos

5.2 .... **10 pontos**

Indicar as coordenadas do centro da circunferência .... 1 ponto

Indicar o raio da circunferência .... 1 ponto

Reconhecer que a circunferência é definida por $x^2+(y-1)^2=9$ .... 2 pontos

Mostrar que $x^2+y^2-2y-8=0\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=9$, ou equivalente) .... 6 pontos

5.3 .... **10 pontos**

Escrever a condição $x>1$ (ou equivalente) .... 2 pontos

Escrever a condição $y\leq\frac{2}{3}x+2$ (ou equivalente) .... 2 pontos

Escrever a condição $x^2+(y-1)^2\leq 9$ (ou equivalente) .... 2 pontos

Apresentar a conjunção das três condições .... 4 pontos

5.4 .... **10 pontos**

Reconhecer que $a=3$ .... 2 pontos

Reconhecer que $b=4$ .... 2 pontos

Escrever $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$ .... 6 pontos

6.1 .... **8 pontos**

Calcular $\overline{OC}$ $\left(2\sqrt{2}\right)$ .... 3 pontos

Indicar as coordenadas de A $\left(\left(0,\ 0,\ -2\sqrt{2}\right)\right)$ .... 1 ponto

Indicar as coordenadas de C $\left(\left(0,\ 0,\ 2\sqrt{2}\right)\right)$ .... 1 ponto

Indicar as coordenadas de D $\left(\left(2,\ -2,\ 0\right)\right)$ .... 1 ponto

Indicar as coordenadas de F $\left(\left(-2,\ 2,\ 0\right)\right)$ .... 1 ponto

Indicar as coordenadas de G $\left(\left(-2,\ -2,\ 0\right)\right)$ .... 1 ponto

6.2.1 .... **5 pontos**

$z=0$

6.2.2 .... **5 pontos**

$y=2 \wedge z=0$

6.2.3 .... **8 pontos**

Reconhecer que $r=4$ .... 2 pontos

Escrever $x^2+y^2+\left(z+2\sqrt{2}\right)^2=16$ .... 6 pontos

TOTAL .... **200 pontos**