

TESTE DE AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

10.º ANO

DURAÇÃO DO TESTE: 90 MINUTOS

GRUPO I

-
- Os itens deste grupo são de escolha múltipla. Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correta.
 - Escreve, na tua folha de respostas, apenas o número de cada item e a letra correspondente à opção que seleccionares para responder a esse item.
 - Não presentes cálculos, nem justificações.
 - Se apresentares mais do que uma opção, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
-

1. Sejam p e q proposições tais que $p \vee \sim q$ tem valor lógico falso.

Qual das seguintes proposições tem valor lógico verdadeiro?

(A) $\sim p \wedge q$

(B) $\sim p \wedge \sim q$

(C) $\sim(\sim p \vee q)$

(D) $\sim(\sim p \vee \sim q)$

2. Qual das seguintes proposições tem valor lógico verdadeiro?

(A) $\forall x \in \mathbb{R}, \sim(x > 2) \Rightarrow x < 2$

(B) $\exists x \in \mathbb{R} : x < 2 \Rightarrow \sim(x > 2)$

(C) $\sim(\forall x \in \mathbb{R}, x > 2 \Rightarrow x \geq 2)$

(D) $\sim(\exists x \in \mathbb{R} : x \geq 2 \Rightarrow x > 2)$

3. Seja a um número real positivo. O valor de $\frac{1}{\sqrt{a} \times \sqrt{2a}}$ é igual a:

(A) $\frac{1}{2a}$

(B) $\frac{\sqrt{2}}{a}$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2a}$

(D) $\frac{2}{a}$

4. Relativamente aos vetores $\vec{u}(\sqrt{2}, -\sqrt{18})$ e $\vec{v}(-1, 3)$, considera as seguintes proposições:

I. $\|\vec{u}\| = \sqrt{2}\|\vec{v}\|$

II. \vec{u} e \vec{v} são colineares.

Quanto ao valor lógico das proposições, é correto afirmar que:

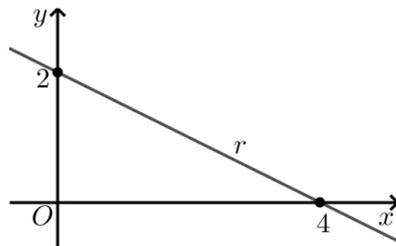
(A) I e II são verdadeiras.

(B) I e II são falsas.

(C) I é verdadeira e II é falsa.

(D) I é falsa e II é verdadeira.

5. Na figura seguinte, está representada a reta r , em referencial o.n. Oxy , e assinalados os pontos de interseção dessa reta com os eixos coordenados.



Qual das seguintes equações é uma equação vetorial da reta r ?

(A) $(x, y) = (2, 1) + k(-1, 2), k \in \mathbb{R}$

(B) $(x, y) = (1, 2) + k(-1, 2), k \in \mathbb{R}$

(C) $(x, y) = (2, 1) + k(-2, 1), k \in \mathbb{R}$

(D) $(x, y) = (1, 2) + k(-2, 1), k \in \mathbb{R}$

6. Num referencial o.n. $Oxyz$ do espaço, o ponto de interseção da reta definida por

$(x, y, z) = (3, -4, 5) + k(0, 1, -1), k \in \mathbb{R}$, com o plano coordenado xOy tem coordenadas:

(A) $(3, 0, -1)$

(B) $(3, 0, 1)$

(C) $(3, -1, 0)$

(D) $(3, 1, 0)$

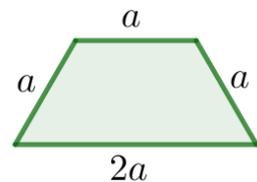
GRUPO II

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: Quando, para um resultado, não é pedida uma aproximação, apresenta sempre o **valor exato**.

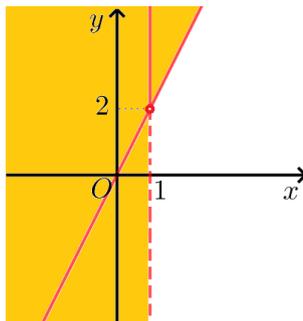
7. Mostra que a área, A , do trapézio da figura, em que um dos lados mede $2a$ unidades e os restantes lados medem a unidades, é dada, nas respetivas unidades quadradas, por:

$$A = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$$

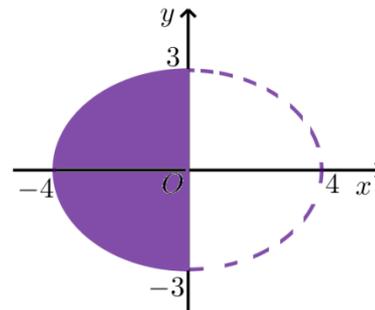


8. Define analiticamente cada uma das regiões representadas a sombreado.

8.1



8.2



(Região delimitada por elipse de eixos nos eixos coordenados e reta vertical)

9. Fixado um referencial ortonormado do plano, os vértices do triângulo $[ABC]$ são os pontos de coordenadas $A(0,1)$, $B(-1,4)$ e $C(-4,3)$.

9.1 Determina a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[BC]$.

9.2 Mostra que o triângulo $[ABC]$ é um triângulo retângulo em B .

9.3 Mostra que o ponto B é um ponto da circunferência de diâmetro $[AC]$.

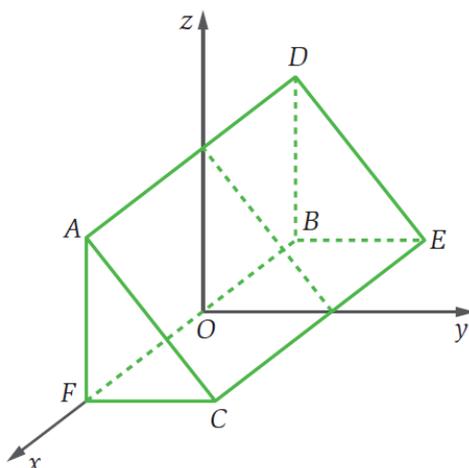
Na tua resposta, percorre sucessivamente as seguintes etapas:

- determinar a equação reduzida da circunferência;
- verificar analiticamente que o ponto B pertence à circunferência.

10. Considera, fixado um referencial cartesiano do plano, a circunferência de equação $x^2 + y^2 - 12x + 4y = -20$.

Define analiticamente as retas horizontais tangentes à circunferência.

11. No referencial o.n. $Oxyz$ da figura, cuja unidade de medida é o centímetro, está representado um prisma triangular reto.



As faces $[FCEB]$ e $[FADB]$ do prisma estão contidas, respetivamente, nos planos coordenados xOy e xOz .

O ponto O é o ponto médio de $[BF]$, $\overline{FC} = 2\text{cm}$, $\overline{FA} = 3\text{cm}$ e $\overline{AD} = 10\text{cm}$.

11.1 Escreve uma equação do plano AFB .

11.2 Escreve uma condição cartesiana que defina a reta AD .

11.3 Escreve a equação reduzida da superfície esférica de centro em A e raio igual à norma de \overrightarrow{AE} .

11.4 Calcula a área do polígono que se obtém no prisma através da interseção do prisma com o plano de equação $x = -2$.

FIM

| Item | 1. a 6. | 7. | 8.1 | 8.2 | 9.1 | 9.2 | 9.3 | 10. | 11.1 | 11.2 | 11.3 | 11.4 | Total |
|---------|--------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|-------|
| Cotação | 10 (cada) | 15 | 10 | 10 | 10 | 15 | 15 | 15 | 10 | 10 | 15 | 15 | 200 |