Proposta de teste de avaliação

Matemática A

10.º ANO DE ESCOLARIDADE

Duração: 90 minutos | **Data:**

O teste é constituído por dois grupos, I e II.

O Grupo I inclui cinco questões de escolha múltipla.

O Grupo II inclui cinco questões de resposta aberta, algumas delas subdivididas em alíneas.

Grupo I

● Os **cinco** itens deste grupo são de escolha múltipla.

● Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correta.

● Escreva, na sua folha de respostas, **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à opção que selecionar para responder a esse item.

● **Não apresente cálculos nem justificações**.

● Se apresentar mais do que uma opção, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Considere as proposições:

a: A equação $x^2+y^2-4x+2y-3=0$ define uma circunferência de centro $C(2,-1)$ e raio $2\sqrt{2}$.

b: A equação $x^2+4y^2=8$ define uma elipse de focos $F_1\left(\sqrt{6},0\right)$ e $F_2\left(-\sqrt{6},0\right)$.

c: -1 é raiz do polinómio $P(x)=1-x^4-2$.

Qual das proposições seguintes é **falsa**?

(A) $a\vee(b\wedge\sim c)$

(B) $(a\vee c)\Rightarrow b$

(C) $\sim\left[(\sim a\wedge b)\vee c\right]$

(D) $(a\Rightarrow c)\Leftrightarrow b$

2. Seja $a\in\mathbb{R}^+$.

A expressão $\dfrac{\sqrt[4]{3}\times\sqrt[5]{a}}{\sqrt[20]{3a^8}}$ é igual a:

(A) $\sqrt[5]{3a}$

(B) $\sqrt[5]{\dfrac{3}{a}}$

(C) $\sqrt[4]{3a}$

(D) $\sqrt[4]{\dfrac{3}{a}}$

3. Para um certo valor real k, sabe-se que o resto da divisão do polinómio $P(x)=-x^6+2x^3-2k$ pelo polinómio $R(x)=x-\sqrt[3]{2}$ é igual a 4.

Qual é o valor de k?

(A) -2

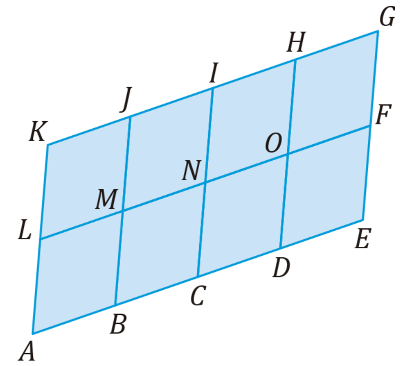
(B) 4

(C) $2\sqrt[3]{2}$

(D) $-4\sqrt[3]{2}$

4. Na figura está representado o paralelogramo dividido em oito paralelogramos iguais.

Considere as proposições:



p: O segmento orientado $[A, C]$ representa o vetor $\overrightarrow{GI}$.

q: $B - \frac{1}{2}\overrightarrow{MO} = A$

r: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EI} - \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{EF}$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) Apenas a proposição *r* é falsa.

(B) Apenas são verdadeiras as proposições *p* e *r*.

(C) Apenas não é falsa a proposição *q*.

(D) As três proposições são falsas.

5. Num plano munido de um referencial cartesiano, considere os vetores, não nulos:

$$\vec{u}(k-5, k+2) \text{ e } \vec{v}\left(-k-\frac{5}{2}, k+4\right),\ k \in \mathbb{R}$$

Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são colineares se:

(A) $k = 2 \vee k = -\frac{15}{4}$

(B) $k = -2 \vee k = \frac{15}{8}$

(C) $k = 2 \vee k = \frac{7}{4}$

(D) $k = -2 \vee k = \frac{7}{8}$

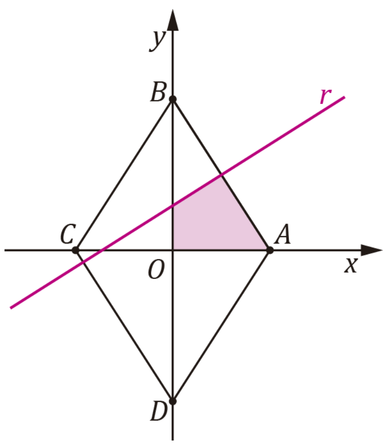
Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente **todos os cálculos** que tiver de efetuar e **todas as justificações** que entender necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre **o valor exato**.

1. Na figura está representado, num plano munido de um referencial ortonormado *xOy*, o losango [*ABCD*] e a reta *r*.

Sabe-se que:



- os pontos *A* e *C* pertencem ao eixo *Ox* e têm, respetivamente, abcissa positiva e negativa;
- os pontos *B* e *D* pertencem ao eixo *Oy* e têm, respetivamente, ordenada positiva e negativa;
- a medida da área do losango é igual a 20;
- o ponto *O* é o centro do losango [*ABCD*] e o ponto *A* tem coordenadas $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$;
- a reta *r* é a mediatriz do segmento de reta [*AB*].

1.1. Determine as coordenadas dos pontos B, C e D.

1.2. Determine a equação reduzida da reta r.

1.3. Defina, por meio de uma condição, a região a sombreado da figura.

2. Considere o polinómio $P(x)=x^{2n+1}-x^{2n}-x^{n+3}+1$, $n\in\mathbb{N}$.

2.1. Prove que o resto da divisão do polinómio $P(x)$ pelo polinómio $A(x)=x+1$ depende de n.

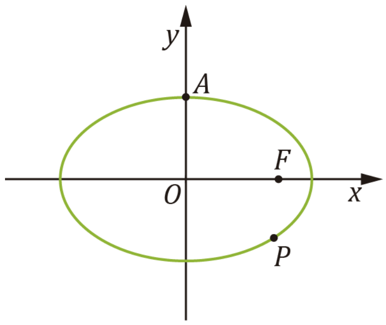
2.2. Considere $n=1$.

a) Mostre que $P(x)=-(x-1)(x^3+x+1)$.

b) Resolva, em $\mathbb{R}$, a condição $P(x)\geq x^3-1$.

Apresente o conjunto-solução usando a notação de intervalos de números reais.

3. Na figura está representada, num plano munido de um referencial ortonormado xOy, uma elipse centrada na origem e eixo maior horizontal, bem como os pontos A, F e P.



Sabe-se que:

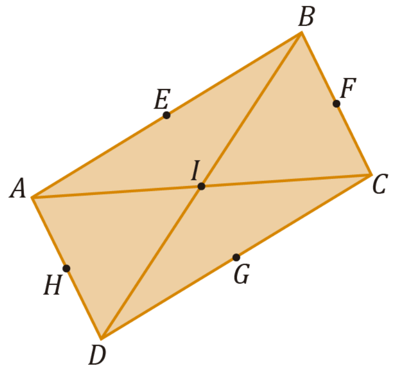
- o ponto A é um dos vértices da elipse e tem coordenadas $\left(0, 2\sqrt{2}\right)$;
- o ponto F é um dos focos da elipse e tem coordenadas $\left(\sqrt{10}, 0\right)$;
- o ponto P pertence à elipse, tem ordenada igual a –2 e situa-se no 4.º quadrantes.

3.1. Determine a equação reduzida da elipse.

3.2. Determine a abcissa do ponto P.

3.3. Mostre que $x^2+y^2-2\sqrt{10}x=3$ é uma equação da circunferência de centro F e raio igual à distância do ponto O ao ponto P.

4. Na figura está representado o paralelogramo $[ABCD]$, tais que os pontos E, F, G e H são pontos médios dos lados $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ e $[DA]$, respetivamente, e o ponto I é a interseção das respetivas diagonais.



Sabe-se, fixado um dado referencial ortonormado, que:

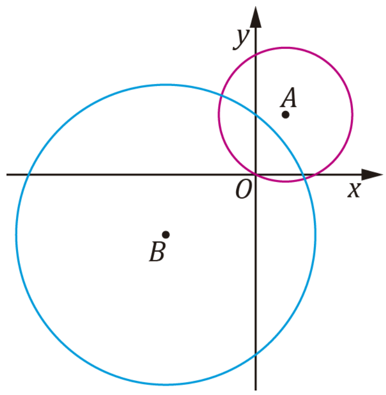
- o ponto A tem coordenadas $(1, 2)$;
- o ponto B tem coordenadas $(3, 6)$;
- o ponto I tem coordenadas $\left(\frac{9}{2}, \frac{7}{2}\right)$.

4.1. Determine as coordenadas dos vértices C e D do paralelogramo $[ABCD]$.

4.2. Determine a inequação reduzida do círculo de centro G e raio $\left\|\overrightarrow{AH}\right\|$.

4.3. Determine as coordenadas do vetor colinear a $\overrightarrow{AB}$, de sentido contrário e de norma $\sqrt{5}$.

5. Na figura estão representadas, num plano munido de um referencial ortonormado xOy, duas circunferências.



Sabe-se que:

- a circunferência de centro A é definida pela equação:

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$$

- a circunferência de centro B é definida pela equação:

$$x^2 + y^2 + 6x + 4y - 12 = 0$$

5.1. Defina, por meio de uma condição, o segmento de reta $[AB]$.

5.2. Determine uma equação vetorial da reta AB.

Cotações

Grupo I				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
8	8	8	8	8

Grupo II														Total
1.1.	**1.2.**	**1.3.**	**2.1.**	**2.2. a)**	**2.2. b)**	**3.1.**	**3.2.**	**3.3.**	**4.1.**	**4.2.**	**4.3.**	**5.1.**	**5.2.**	
15	15	15	10	10	15	10	5	10	15	10	15	10	5	200

Proposta de resoluções

Grupo I

1. • Equação reduzida da circunferência:

$$x^2+y^2-4x+2y-3=0 \Leftrightarrow x^2-4x+y^2+2y=3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2-4x+4+y^2+2y+1=3+4+1 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y+1)^2=8$$

Portanto, a circunferência tem centro $(2,-1)$ e raio $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

A proposição *a* é verdadeira.

• Equação reduzida da elipse:

$$x^2+4y^2=8 \Leftrightarrow \frac{x^2}{8}+\frac{4y^2}{8}=\frac{8}{8} \Leftrightarrow \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$$

Assim, $a^2=8$ e $b^2=2$, então $8=2+c^2 \Leftrightarrow c^2=6$, ou seja, $c=\sqrt{6}$.

Portanto, os focos da elipse são $F_1\left(\sqrt{6},0\right)$ e $F_2\left(-\sqrt{6},0\right)$, pois $a>b$.

A proposição *b* é verdadeira.

• $P(-1)=1-(-1)^4-2=1-1-2=-2$, logo -1 não é raiz do polinómio $P(x)$.

Portanto, a proposição *c* é falsa.

Por outro lado, temos que:

• $a \vee (b \wedge \sim c) \Leftrightarrow \text{V} \vee (\text{V} \wedge \text{V}) \Leftrightarrow \text{V} \vee \text{V} \Leftrightarrow \text{V}$

• $(a \vee c) \Rightarrow b \Leftrightarrow (\text{V} \vee \text{F}) \Rightarrow \text{V} \Leftrightarrow \text{V} \Rightarrow \text{V} \Leftrightarrow \text{V}$

• $\sim\left[(\sim a \wedge b) \vee c\right] \Leftrightarrow \sim\left[(\text{F} \wedge \text{V}) \vee \text{F}\right] \Leftrightarrow \sim(\text{F} \vee \text{F}) \Leftrightarrow \sim \text{F} \Leftrightarrow \text{V}$

• $\left[(a \Rightarrow c) \Leftrightarrow b\right] \Leftrightarrow \left[(\text{V} \Rightarrow \text{F}) \Leftrightarrow \text{V}\right] \Leftrightarrow (\text{F} \Leftrightarrow \text{V}) \Leftrightarrow \text{F}$

Resposta: (D)

2. $$\frac{\sqrt[4]{3}\times\sqrt[5]{\text{a}}}{\sqrt[20]{3a^8}}=\frac{\sqrt[20]{3^5}\times\sqrt[20]{a^4}}{\sqrt[20]{3a^8}}=\sqrt[20]{\frac{3^5\times a^4}{3a^8}}=\sqrt[20]{\frac{3^4}{a^4}}=\sqrt[5]{\frac{3}{a}}$$

Resposta: (B)

3. Recorrendo ao teorema do resto temos que o resto da divisão do polinómio $P(x)$ pelo polinómio $R(x)$ é igual a $P\left(\sqrt[3]{2}\right)$.

$$P\left(\sqrt[3]{2}\right)=4 \Leftrightarrow -\left(\sqrt[3]{2}\right)^6+2\left(\sqrt[3]{2}\right)^3-2k=4 \Leftrightarrow -\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^6+2\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3-2k=4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2^2+2\times 2-2k=4 \Leftrightarrow -4+4-2k=4 \Leftrightarrow -2k=4 \Leftrightarrow k=-2$$

Resposta: (A)

4. ▪ O segmento orientado $[A\ ,\ C]$ representa o vetor $\overrightarrow{IG}$, por exemplo.

A proposição p é falsa.

▪ $B-\frac{1}{2}\overrightarrow{MO}=B-\overrightarrow{MN}=B+\overrightarrow{NM}=B+\overrightarrow{BA}=A$

A proposição q é verdadeira.

▪ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EI}-\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EI}-\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{DI}-\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{IN}=\overrightarrow{DN}$

$\overrightarrow{DN}\neq\overrightarrow{EF}$

A proposição r é falsa.

Portanto, apenas não é falsa a proposição q.

Resposta: (C)

5. Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são colineares se e somente se as coordenadas correspondentes são diretamente proporcionais.

$$(k-5)(k+4)=(k+2)\left(-k-\frac{5}{2}\right) \Leftrightarrow k^2+4k-5k-20=-k^2-\frac{5}{2}k-2k-5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k^2-k-20=-k^2-\frac{9}{2}k-5 \Leftrightarrow 2k^2+\frac{7}{2}k-15=0 \Leftrightarrow 4k^2+7k-30=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times4\times(-30)}}{2\times4} \Leftrightarrow k=\frac{-7+23}{8}\vee k=\frac{-7-23}{8} \Leftrightarrow k=2\vee k=-\frac{15}{4}$$

Resposta: (A)

Grupo II

1.1. O ponto O é o centro do losango $[ABCD]$ e o ponto A tem coordenadas $\left(\frac{5}{2}\ ,\ 0\right)$, pelo que o ponto C tem coordenadas $\left(-\frac{5}{2}\ ,\ 0\right)$.

Por outro lado, sabemos que a medida da área do losango $[ABCD]$ é igual a 20.

$$A_{[ABCD]}=\frac{\overline{AC}\times\overline{BD}}{2} \Leftrightarrow 20=\frac{2\times\frac{5}{2}\times\overline{BD}}{2} \Leftrightarrow 40=5\times\overline{BD} \Leftrightarrow \overline{BD}=8$$

Assim, $B(0\ ,\ 4)$ e $D(0\ ,-4)$, pois o ponto O é o centro do losango $[ABCD]$.

Portanto, $B(0\ ,\ 4)$, $C\left(\frac{5}{2}\ ,\ 0\right)$ e $D(0\ ,-4)$.

1.2. Seja $P(x\ ,y)$ um ponto qualquer da reta r .

$$\overline{AP}=\overline{BP} \Leftrightarrow \sqrt{\left(x-\left(\frac{5}{2}\right)^2+(y-0)^2\right)}=\sqrt{(x-0)^2+(y-4)^2}$$

Elevando ambos os membros ao quadrado:

$$\left(x-\left(\frac{5}{2}\right)\right)^2+y^2=x^2+\left(y-4\right)^2 \Leftrightarrow x^2-2\times\frac{5}{2}x+\frac{25}{4}+y^2=x^2+y^2-8y+16 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 8y=5x+16-\frac{25}{4} \Leftrightarrow 8y=5x+\frac{39}{4} \Leftrightarrow y=\frac{5}{8}x+\frac{39}{32}$$

Logo, $y=\frac{5}{8}x+\frac{39}{32}$ é a equação reduzida da reta r.

1.3. Determinemos a equação reduzida da reta AB.

$m_{AB}=-\frac{8}{5}$, porque $AB\perp r$.

Como $B(0\ ,4)$ pertence à reta AB, a ordenada na origem desta reta é igual a 4.

Assim, $y=-\frac{8}{5}x+4$ é a equação reduzida da reta AB.

Condição pedida:

$$x\geq 0 \ \wedge \ y\geq 0 \wedge y\leq -\frac{8}{5}x+4 \wedge y\leq \frac{5}{8}x+\frac{39}{32}$$

2.1. Recorrendo ao teorema do resto, o resto da divisão do polinómio $P(x)$ pelo polinómio $A(x)$ é igual a $P(-1)$.

$$P(-1)=(-1)^{2n+1}-(-1)^{2n}-(-1)^{n+3}+1=(-1)^{2n}\times(-1)^1-(-1)^{2n}-(-1)^n\times(-1)^3+1=$$

$$=\left[(-1)^2\right]^n\times(-1)-\left[(-1)^2\right]^n-(-1)^n\times(-1)+1=1^n\times(-1)-1^n+(-1)^n+1=$$

$$=-1-1+(-1)^n+1=(-1)^n-1$$

$$P(-1)=(-1)^n-1=\begin{cases}-1-1 & \text{se } n \text{ é ímpar}\\ 1-1 & \text{se } n \text{ é par}\end{cases}=\begin{cases}-2 & \text{se } n \text{ é ímpar}\\ 0 & \text{se } n \text{ é par}\end{cases}$$

Logo, o resto da divisão de $P(x)$ por $A(x)$ depende de n, pois é igual a -2 se n é ímpar e é igual a 0 se n é par.

2.2. **a)** Sendo $n = 1$, temos que $P(x)=x^3-x^2-x^4+1$

Recorrendo à regra de Ruffini e tendo em consideração que 1 é raiz do polinómio $P(x)$:

	−1	1	−1	0	1
1		−1	0	−1	−1
	−1	0	−1	−1	0

Logo, $P(x)=(x-1)\left(-x^3-x-1\right)$, ou seja, $P(x)=-(x-1)\left(x^3+x+1\right)$.

b) $P(x) \geq x^3+1 \Leftrightarrow x^3-x^2-x^4+1 \geq x^3-1 \Leftrightarrow -x^4-x^2+2 \geq 0$

Determinemos as raízes, caso existam, do polinómio: $-x^4-x^2+2$

$-x^4-x^2+2=0$, e considerando que $y=x^2$, vem:

$$-y^2-y+2=0 \Leftrightarrow y=\frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2-4(-1)\times 2}}{2\times(-1)} \Leftrightarrow y=\frac{1+3}{-2} \vee y=\frac{1-3}{-2} \Leftrightarrow y=-2 \vee y=1$$

Voltando à variável x:

$x^2=-2 \vee x^2=1 \Leftrightarrow x \in \varnothing \vee (x=-1 \vee x=1) \Leftrightarrow x=-1 \vee x=1$

Portanto, -1 e 1 são as raízes do polinómio $-x^4-x^2+2$.

Por outro lado:

$-x^4-x^2+2 \geq 0 \Leftrightarrow (x^2+2)[-(x-1)(x+1)] \geq 0 \Leftrightarrow (x^2+2)(x-1)(x+1) \leq 0$

Construindo uma tabela de sinais:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
x^2+2	+	+	+	+	+
$x-1$	–	–	–	0	+
$x+1$	–	0	+	+	+
$-x^4-x^2+2$	+	0	–	0	+

Logo, $P(x) \geq x^3-1 \Leftrightarrow x \in [-1,1]$.

3.1. O ponto $A(0\ ,\ 2\sqrt{2})$ é um dos vértice da elipse e como esta tem centro na origem e eixo maior horizontal, então $b=2\sqrt{2}$.

Por outro lado, $F(\sqrt{10}\ ,\ 0)$ é um dos focos da elipse, logo, $c=\sqrt{10}$.

Como $a>b$, $a^2=b^2+c^2$

Assim, temos que: $a^2=(2\sqrt{2})^2+(\sqrt{10})^2 \Leftrightarrow a^2=8+10 \Leftrightarrow a^2=18$

Logo, $\dfrac{x^2}{18}+\dfrac{y^2}{8}=1$ é a equação reduzida da elipse.

3.2. O ponto P pertence à elipse e tem ordenada igual a -2, pelo que substituindo y por -2 na equação reduzida da elipse, temos:

$$\frac{x^2}{18}+\frac{(-2)^2}{8}=1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{18}+\frac{4}{8}=1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{18}=1-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x^2}{18}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=-3 \vee x=3$$

Como P se situa no 4.º quadrante, tem abcissa positiva. Logo, a abcissa do ponto P é 3.

3.3. A circunferência tem centro $F\left(\sqrt{10}\ ,\ 0\right)$ e raio igual a $\overline{OP}$.

Determinemos $\overline{OP}$:

$$\overline{OP}=\sqrt{(3-0)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$$

Assim, $\left(x-\sqrt{10}\right)^2+y^2=13$ é a equação reduzida de circunferência.

Por outro lado: $\left(x-\sqrt{10}\right)^2+y^2=13 \Leftrightarrow x^2-2\sqrt{10}x+10+y^2=13 \Leftrightarrow x^2+y^2-2\sqrt{10}x=3$

Portanto, $x^2+y^2-2\sqrt{10}x=3$ é uma equação da circunferência de centro $F\left(\sqrt{10}\ ,\ 0\right)$ e raio igual a $\overline{OP}$.

4.1. $C=A+2\overrightarrow{AI}$ e $D=B+2\overrightarrow{BI}$

$\overrightarrow{AI}=I-A=\left(\frac{9}{2}\ ,\ \frac{7}{2}\right)-(1\ ,\ 2)=\left(\frac{7}{2}\ ,\ \frac{3}{2}\right)$ e $\overrightarrow{BI}=I-A=\left(\frac{9}{2}\ ,\ \frac{7}{2}\right)-(3\ ,\ 6)=\left(\frac{3}{2}\ ,\ -\frac{5}{2}\right)$

Portanto:

$$C=(1\ ,\ 2)+2\left(\frac{7}{2}\ ,\ \frac{3}{2}\right)\Leftrightarrow C=(1\ ,\ 2)+(7\ ,\ 3)\Leftrightarrow C=(8\ ,\ 5)$$

$$D=(3\ ,\ 6)+2\left(\frac{3}{2}\ ,\ -\frac{5}{2}\right)\Leftrightarrow D=(3\ ,\ 6)+(3\ ,\ -5)\Leftrightarrow D=(6\ ,\ 1)$$

Logo, $C(8\ ,\ 5)$ e $D(6\ ,\ 1)$.

4.2. $\left\|\overrightarrow{AH}\right\|=\left\|\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{AD}\right\|=\frac{1}{2}\left\|D-A\right\|=\frac{1}{2}\left\|(6\ ,\ 1)-(1\ ,\ 2)\right\|=\frac{1}{2}\left\|(5\ ,\ -1)\right\|=$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{5^2+(-1)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{25+1}=\frac{\sqrt{26}}{2}$$

Logo, o círculo tem raio $\frac{\sqrt{26}}{2}$, pelo que $r^2=\left(\frac{\sqrt{26}}{2}\right)^2=\frac{26}{4}=\frac{13}{2}$.

G é o ponto médio do lado $[CD]$, pelo que $G\left(\frac{8+6}{2}\ ,\ \frac{5+1}{2}\right)$, ou seja, $G(7\ ,\ 3)$.

Assim, $(x-7)^2+(y-3)^2\leq\frac{13}{2}$ é a inequação reduzida do círculo de centro G e raio $\left\|\overrightarrow{AH}\right\|$.

4.3. $\overrightarrow{AB}=B-A=(3\ ,\ 6)-(1\ ,\ 2)=(2\ ,\ 4)$

Seja $\vec{u}$ um vetor colinear a $\overrightarrow{AB}$, então $\exists\lambda\in\mathbb{R}:\ \vec{u}=\lambda\overrightarrow{AB}$, ou seja, $\exists\lambda\in\mathbb{R}:\ \vec{u}=\lambda(2\ ,\ 4)$.

Por outro lado, pretende-se o vetor $\vec{u}$ de norma $\sqrt{5}$.

$\|\vec{u}\|=\sqrt{5} \Leftrightarrow \|\lambda(2\ ,\ 4)\|=\sqrt{5} \Leftrightarrow \|(2\lambda\ ,\ 4)\|=\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{(2\lambda)^2+(4\lambda)^2}=\sqrt{5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sqrt{4\lambda^2+16\lambda^2}=\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{20\lambda^2}=\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{20}\times\sqrt{\lambda^2}=\sqrt{5} \Leftrightarrow 2\sqrt{5}|\lambda|=\sqrt{5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2|\lambda|=1 \Leftrightarrow |\lambda|=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \lambda=-\frac{1}{2} \vee \lambda=\frac{1}{2}$

Como se pretende o vetor $\vec{u}$ de sentido contrário ao de $\overrightarrow{AB}$:

$\vec{u}=-\frac{1}{2}(2\ ,\ 4) \Leftrightarrow \vec{u}=(-1\ ,\ -2)$

5.1. $x^2+y^2-2x-4y=0 \Leftrightarrow x^2-2x+y^2-4y=0 \Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2-4y+4=1+4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2=5\ ;\ A(1\ ,\ 2)$

$x^2+y^2+6x+4y-12=0 \Leftrightarrow x^2+6x+y^2+4y=12 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2+6x+9+y^2+4y^2+4=12+9+4 \Leftrightarrow (x+3)^2+(y+2)^2=25\ ;\ B(-3\ ,\ 2)$

$\overrightarrow{AB}=B-A=(-3\ ,\ -2)-(1\ ,\ 2)=(-4\ ,\ -4)$

Então, o declive da reta AB é $\frac{-4}{-4}=1$.

A equação reduzida da reta AB é do tipo $y=x+b$ e como o ponto A pertence à reta AB :

$2=1+b \Leftrightarrow b=1$

Assim, $AB: y=x+1$. Logo:

$y=x+1 \wedge -3\leq x\leq 1$

ou $y=x+1 \wedge -2\leq y\leq 2$,

ou, ainda, $(x\ ,\ y)=(1\ ,\ 2)+\lambda(-4\ ,\ -4)$, $\lambda\in[0\ ,\ 1]$

são condições que definem o segmento de reta $[AB]$.

5.2. Por exemplo, AB: $(x\ ,\ y)=(1\ ,\ 2)+k(-4\ ,\ -4)$, $k\in\mathbb{R}$.