Proposta de miniteste de avaliação

Matemática A

10.º ANO DE ESCOLARIDADE

Duração: 45 minutos | **Data:**

Grupo I

Na resposta aos itens deste grupo, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. A circunferência que se obtém ao intersetar a superfície esférica definida por $x^2 + y^2 + z^2 = 36$ pelo plano $x = 4$ tem por medida do perímetro:

(A) $2\sqrt{5}\pi$

(B) 10π

(C) $4\sqrt{5}\pi$

(D) 5π

2. O domínio da função real de variável real f , tal que $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x-3}}{x^2+4}$ é:

(A) $\mathbb{R} \setminus \{-2,\ 2\}$

(B) $\mathbb{R}$

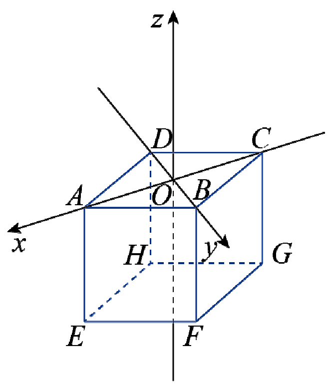
(C) $[3,\ +\infty[\setminus \{4\}$

(D) $\mathbb{R} \setminus \{-2,\ 2,\ 3\}$

Grupo II

Na resposta aos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

1. Na figura está representado, num referencial ortonormado $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGH]$ de aresta 10.



Sabe-se que:

- O vértice A pertence ao semieixo positivo de Ox.
- O vértice B pertence ao semieixo positivo de Oy.
- A face $[ABCD]$ está contida no plano xOy.
- A origem do referencial $Oxyz$ é o centro da face $[ABCD]$.

1.1. Determine as coordenadas dos vértices do cubo.

1.2. Defina analiticamente:

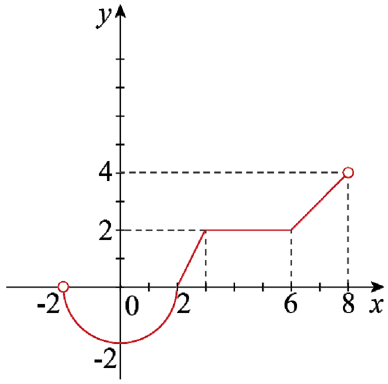
1.2.1. o plano que contém a face $[EFGH]$ do cubo;

1.2.2. o plano mediador de $[EF]$.

1.3. Escreva uma condição que defina a esfera de centro A, sabendo que G pertence à correspondente superfície.

1.4. Determine $\left\|\overrightarrow{AM}\right\|$, sendo M o ponto médio de $[BG]$.

2. Na figura está representado, num referencial ortonormado, o gráfico da função f .



2.1. Indique o domínio e o contradomínio de f .

2.2. Quais são os valores de x para os quais $f(x)=0$?

2.3. Construa uma tabela de variação e indique os extremos, maximizantes e minimizantes, caso existam.

2.4. Determine os valores de x de tais que:

$$-2 < f(x) \leq 2$$

FIM

COTAÇÕES

Grupo I – 16 pontos

1.	2.	Total
8	8	16

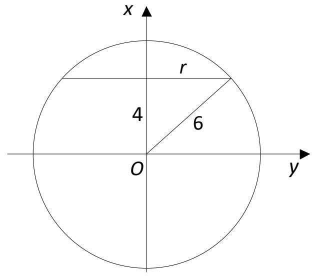
Grupo II – 184 pontos

1.1.	1.2.1.	1.2.2.	1.3.	1.4.	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	Total
24	15	20	24	20	16	15	30	20	184

Proposta de resolução

Grupo I

1. $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=36 \\ x=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4^2+y^2+z^2=36 \\ ---------- \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2+z^2=20 \\ ------- \end{cases}$



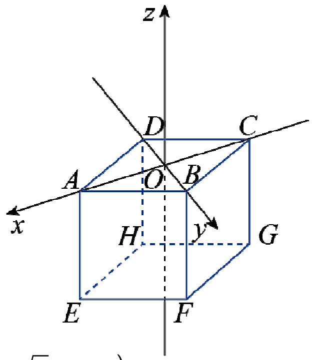
O raio da circunferência é $r=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.
A medida do perímetro da circunferência é:
$P=2\pi r=2\pi\times 2\sqrt{5}=4\sqrt{5}\pi$

Resposta: (C)

2. $D=\left\{x\in\mathbb{R}:\ \underbrace{x^2+4\neq 0}_{\text{condição universal}}\ \wedge\ \underbrace{x-3\in\mathbb{R}}_{\text{condição universal}}\right\}$

$D=\mathbb{R}$
Resposta: (B)

Grupo II



1.1. $\overline{AC}^2=10^2+10^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2=200$
$\underset{\overline{AC}>0}{\Leftrightarrow} \overline{AC}=10\sqrt{2}$

Como $\overline{AO}=\dfrac{\overline{AC}}{2}$, então $\overline{AO}=5\sqrt{2}$.

$A\left(5\sqrt{2},\ 0,\ 0\right)$; $B\left(0,\ 5\sqrt{2},\ 0\right)$; $C\left(-5\sqrt{2},\ 0,\ 0\right)$; $D\left(0,\ -5\sqrt{2},\ 0\right)$

$E\left(5\sqrt{2},\ 0,\ -10\right)$; $F\left(0,\ 5\sqrt{2},\ -10\right)$; $G\left(-5\sqrt{2},\ 0,\ -10\right)$ e $H\left(0,\ -5\sqrt{2},\ -10\right)$

1.2.1. $z=-10$

1.2.2. $\left(x-5\sqrt{2}\right)^2+y^2+\cancel{(z+10)^2}=x^2+\left(y-5\sqrt{2}\right)^2+\cancel{(z+10)^2} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x^2-10\sqrt{2}x+50+y^2=x^2+y^2-10\sqrt{2}y+50 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -10\sqrt{2}x=-10\sqrt{2}y \Leftrightarrow x=y$

1.3. $A\left(5\sqrt{2},\ 0,\ 0\right)$ e $G\left(-5\sqrt{2},\ 0,\ -10\right)$

$\left(x-5\sqrt{2}\right)^2+y^2+z^2\leq r^2$

$r=\overline{AG} \Leftrightarrow r=\sqrt{\left(10\sqrt{2}\right)^2+10^2} \Leftrightarrow r=\sqrt{300}$

A condição que define a esfera de centro A e que passa por G é $\left(x-5\sqrt{2}\right)^2+y^2+z^2\leq 300$.

1.4. $\overrightarrow{AM}=\ ?$

$M_{[BG]}\left(\dfrac{-5\sqrt{2}}{2},\ \dfrac{5\sqrt{2}}{2},\ \dfrac{-10}{2}\right)$

$\overrightarrow{AM}=M-A=\left(-\dfrac{5\sqrt{2}}{2},\ \dfrac{5\sqrt{2}}{2},\ -5\right)-\left(5\sqrt{2},\ 0,\ 0\right)=\left(-\dfrac{15\sqrt{2}}{2},\ \dfrac{5\sqrt{2}}{2},\ -5\right)$

$\left\|\overrightarrow{AM}\right\|=\sqrt{\left(-\dfrac{15\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2+(-5)^2}=\sqrt{\dfrac{450}{4}+\dfrac{50}{4}+\underset{(\times 4)}{25}}=\sqrt{\dfrac{600}{4}}=\dfrac{10\sqrt{6}}{2}=5\sqrt{6}$

2.1. $D_f =]-2,\ 8[$ e $D'_f = [-2,\ 4[$

2.2. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

2.3.

x	-2		0		3		6		8
Variação de f		$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\rightarrow$	2	$\nearrow$	

Máximo relativo: 2 maximizantes: $[3,\ 6[$

Mínimos relativos: -2 e 2 minimizantes: $\{0\}$ e $]3,\ 6]$

Não existe máximo absoluto e o mínimo absoluto é : -2 para $x = 0$

2.4. $-2 < f(x) \leq 2 \Leftrightarrow x \in]-2,\ 0[\cup]0,\ 6] \Leftrightarrow x \in]-2,\ 6] \setminus \{0\}$