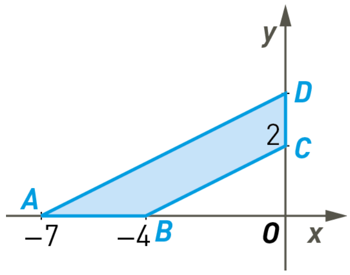
1.

1.1



$B(-4,0)$ e $C(0,2)$

Uma equação da reta *BC* é do tipo $y = mx + 2$.

As coordenadas do ponto *B* são soluções da equação $y = mx + 2$.

Assim, tem-se: $0 = -4m + 2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x + 2 \Leftrightarrow 2y = x + 4 \Leftrightarrow 2y - x = 4$

A reta *BC* é definida pela equação $2y - x = 4$

Resposta: $BC: \quad 2y - x = 4$

1.2. As retas *BC* e *AD* são paralelas. Logo, têm igual declive.

Assim, uma equação da reta *AD* é do tipo: $y = \frac{1}{2}x + b$, em que as coordenadas do ponto $A(-7,0)$ são soluções.

$0 = -\frac{7}{2} + b \Leftrightarrow b = \frac{7}{2}$

Equação reduzida da reta *AD* é $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

A reta *AD* interseta o eixo *Oy* no ponto $D\left(0, \frac{7}{2}\right)$.

Resposta: $AD: \quad y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ e $D\left(0, \frac{7}{2}\right)$

2. «Seja $P(x,0)$ o ponto de interseção da reta com o eixo *Ox*.

$(x,0) = (-6,4) + k(3,8)$

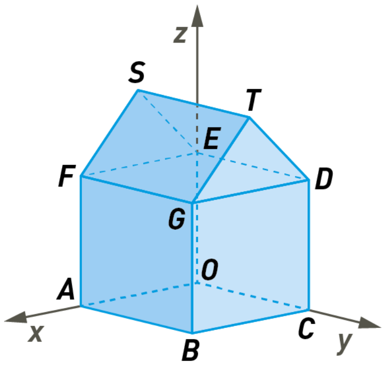
Daqui resulta que

$$\begin{cases} x = -6 + 3k \\ 0 = 4 + 8k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 + 3k \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 - \frac{3}{2} \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{15}{2} \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

A abcissa do ponto *P* é $-\frac{15}{2}$.

Resposta: Opção **(B)** $-\frac{15}{2}$

3.



3.1. $G(6,8,5)$; $F(6,0,5)$; $E(0,0,5)$; $D(0,8,5)$; $S(3,0,7)$ e $T(3,8,7)$

3.2. O ponto de coordenadas $\left(3,\sqrt{65},7\right)$ pertence…

Repara que $\sqrt{65}>8$.

Resposta: Opção **(B)** à semirreta $\dot{S}T$.

3.3. A reta *BG* é a interseção do plano $x=6$ com o plano $y=8$ e as cotas dos pontos de [*BG*] variam entre 0 e 5.

Resposta: Opção **(C)** $x=6 \wedge y=8 \wedge 0\leq z\leq 5$

3.4. Centro da superfície esférica: $\left(\frac{3+6}{2},\frac{0+8}{2},\frac{7+5}{2}\right)=\left(\frac{9}{2},4,6\right)$

Raio: $\frac{9}{2}$

Equação da superfície esférica: $\left(x-\frac{9}{2}\right)^2+\left(y-4\right)^2+\left(z-6\right)^2=\frac{81}{4}$

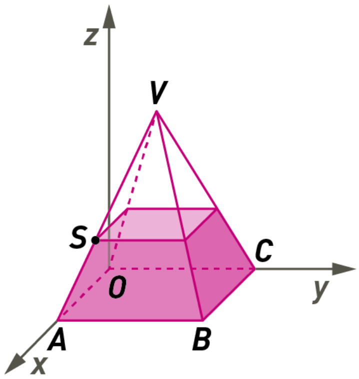
Resposta: $\left(x-\frac{9}{2}\right)^2+\left(y-4\right)^2+\left(z-6\right)^2=\frac{81}{4}$

3.5. Repara que:
$\overline{AB}=8$; $\overline{BC}=6$; $\overline{BG}=5$
Em relação ao triângulo [*GDT*], a altura em relação ao lado [*GD*] é igual a $7-5$, ou seja, 2.

O volume do prisma é dado por: $8\times6\times5+\frac{6\times2}{2}\times8=240+48=288$

Resposta: 288 unidades de volume

4. No referencial o.n. *Oxyz* da figura está representada uma pirâmide quadrangular regular [*ABCOV*]. Os pontos *A* e *V* têm coordenadas $(6,0,0)$ e $(3,3,8)$, respetivamente.



4.1. Seja $P(x,y,z)$ um ponto qualquer do plano mediador de [*BV*].

$\overline{PB}=\overline{PV}$

$\sqrt{(x-6)^2+(y-6)^2+(z-0)^2}=\sqrt{(x-3)^2+(y-3)^2+(z-8)^2}$.

Daqui resulta que:

$x^2-12x+36+y^2-12y+36+z^2=x^2-6x+9+y^2-6y+9+z^2-16z+64$

$\Leftrightarrow -12x+6x-12y+6y+16z+36+36-9-9-64=0$

$\Leftrightarrow -6x-6y+16z-10=0 \Leftrightarrow -3x-3y+8z-5=0$

plano mediador de [*BV*]: $-3x-3y+8z-5=0$

Resposta: $-3x-3y+8z-5=0$

4.2. Uma equação vetorial da reta *AV*: $(x,y,z)=A+k\overrightarrow{AV}$, $k\in\mathbb{R}$

$(x,y,z)=(6,0,0)+k(-3,3,8)$, $k\in\mathbb{R}$

Seja $S(x,y,5)$.

Assim, tem-se: $(x,y,5)=(6,0,0)+k(-3,3,8)$, $k\in\mathbb{R}$. Daqui resulta:

$$\begin{cases} x=6-3k \\ y=0+3k \\ 5=8k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6-3k \\ y=0+3k \\ k=\frac{5}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{33}{8} \\ y=\frac{15}{8} \\ k=\frac{5}{8} \end{cases}$$

O ponto *S* tem coordenadas $\left(\frac{33}{8},\frac{15}{8},5\right)$.

Resposta: $S\left(\frac{33}{8},\frac{15}{8},5\right)$

4.3. A reta que contém a altura da pirâmide pode ser definida pela condição: $x=3 \wedge y=3$

$2k^2-5=3 \;\wedge\; 3k+9=3$

$\Leftrightarrow 2k^2=8 \;\wedge\; 3k=-6$

$\Leftrightarrow k^2=4 \wedge k=-2 \Leftrightarrow (k=2 \vee k=-2) \wedge k=-2 \Leftrightarrow k=-2$

Resposta: Opção **(D)** -2

5. Considera os conjuntos $A=\{-1,0,1,2\}$ e $B=\{0,1,3,4\}$ e $C=\{-1,1,5,7\}$

Sejam *f* e *g* funções tais que:

$$\begin{array}{ll} f: A \to B \\ \quad x \to x^2 \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{ll} g: B \to C \\ \quad x \to 2x-1 \end{array}$$

5.1. Contradomínio da função *f*: $D'_f=\{f(-1),f(0),f(1),f(2)\}=\{1,0,4\}$

Contradomínio da função *g*: $D'_g=\{g(0),g(1),g(3),g(4)\}=\{-1,1,5,7\}$

Resposta: $D'_f=\{1,0,4\}$ e $D'_g=\{-1,1,5,7\}$

5.2. A função *f* não é injetiva. Basta observar que há os objetos –1 e 1 são diferentes e têm igual imagem.

$-1\neq 1 \ \wedge f(-1)=f(1)=1$

5.3. A função *g* é injetiva, objetos diferentes têm imagens diferentes.

A função *g* é sobrejetiva, o contradomínio é igual ao conjunto de chegada. $D'_g=C$

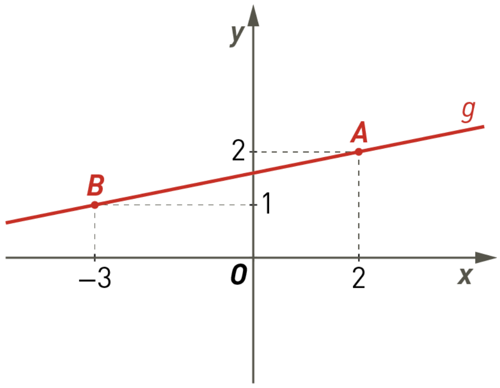
Assim, a função *g* é bijetiva. Sendo bijetiva tem inversa.

Resposta: A função *g* tem inversa, pois é bijetiva.

6. Sejam *f* e *g* funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$.

Sabe-se que:

- $f(x)=\dfrac{-x+3}{2}$
- os pontos $A(2,2)$ e $B(-3,1)$ pertencem ao gráfico da função afim *g*, representada na figura.



6.1. $(g\circ f)(-1)=g(f(-1))=g(2)=2$

$(f\circ g)(-3)=f(g(-3))=f(1)=\dfrac{-1+3}{2}=1$

Resposta: $(g\circ f)(-1)=2$ e $(f\circ g)(-3)=1$

6.2. Determina o elemento do domínio de *g* cuja imagem é 4.

$g(x)=4$

O gráfico da função *g* é a reta que passa pelos pontos *A* e *B*.

$\overrightarrow{AB}=B-A=(-3,1)-(2,2)=(-5,-1)$.

Declive da reta *AB* é $\dfrac{1}{5}$.

$y=\dfrac{1}{5}x+b$

$2=\dfrac{2}{5}+b \Leftrightarrow b=\dfrac{8}{5}$

Equação reduzida da reta *AB*: $y=\frac{1}{5}x+\frac{8}{5}$

Assim, $g(x)=\frac{x+8}{5}$.

$g(x)=4 \Leftrightarrow \frac{x+8}{5}=4 \Leftrightarrow x=12$

$g(12)=4$

Resposta: 12

6.3. Há um ponto comum aos gráficos de *f* e de *g*. Determina as coordenadas desse ponto.

$f(x)=g(x)$

$\Leftrightarrow \frac{-x+3}{2}=\frac{x+8}{5} \Leftrightarrow -5x+15=2x+16 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{7}$

O ponto de interseção dos dois gráficos é $\left(-\frac{1}{7}, f\left(-\frac{1}{7}\right)\right)$.

$f\left(-\frac{1}{7}\right)=\frac{-\frac{1}{7}+3}{5}=\frac{20}{35}=\frac{4}{7}$

O ponto de interseção tem coordenadas $\left(-\frac{1}{7},\frac{4}{7}\right)$.

Resposta: $\left(-\frac{1}{7},\frac{4}{7}\right)$

FIM

	Cotações																
Questões	**1.1.**	**1.2.**	**2.**	**3.1.**	**3.2.**	**3.3.**	**3.4.**	**3.5.**	**4.1.**	**4.2.**	**4.3.**	**5.1.**	**5.2.**	**5.3.**	**6.1.**	**6.2.**	**6.3.**	**Total**
Pontos	12	12	8	12	8	8	15	15	15	16	8	10	10	12	12	12	15	**200**