1.

1.1. $P(x)=x^4-x^3-2x^2+3x-1$

	1	–1	–2	3	–1
1		1	0	–2	1
	1	0	–2	1	0
1		1	1	–1	
	1	1	–1	0	
1		1	2		
	1	2	1		

$P(x)=(x-1)^2(x^2+x-1)$
A raiz 1 tem multiplicidade 2.

Resposta: Multiplicidade 2

1.2. $P(x)=(x-1)^2(x^2+x-1)$

Cálculo auxiliar:

$x^2+x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1+4}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \vee x=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

As raízes do polinómio são: 1 , $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$, $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

$1+\frac{-1+\sqrt{5}}{2}+\frac{-1-\sqrt{5}}{2} = 1-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}=0$, como se pretendia mostrar.

Resposta: A soma das raízes é zero.

2.

2.1. $5-(-1)=2-(-4)=6$

O quadrado Q tem 6 unidades de lado.
Seja d a medida de cada diagonal do quadrado.
$d^2=6^2+6^2 \Leftrightarrow d^2=72$. Como $d>0$, tem-se $d=\sqrt{72}$, ou seja, $d=6\sqrt{2}$.
A medida de cada uma das diagonais do quadrado Q é $6\sqrt{2}$.

Resposta: $6\sqrt{2}$

2.2. O centro C da circunferência é $\left(\frac{5-1}{2} \;,\; \frac{2-4}{2}\right)$, isto é, $(2 \;,\; -1)$.

Sendo r o raio da circunferência, $r=\frac{6}{2}=3$.

A equação reduzida da circunferência inscrita no quadrado é $(x-2)^2+(y+1)^2=9$.

Resposta: $(x-2)^2+(y+1)^2=9$

3.

3.1. Os pontos $P(x, y, z)$ do plano mediador de [*AB*] respeitam a condição $\overline{AP} = \overline{BP}$.

$$\sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2} = \sqrt{(x+3)^2+(y-1)^2+z^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2+2x+1+y^2-6y+9+z^2+4z+4 = x^2+6x+9+y^2-2y+1+z^2 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow -4x-4y+4z+4=0 \Leftrightarrow x+y-z-1=0$ (equação que representa o plano mediador de [*AB*]).

Se T pertence ao eixo *Oz* é do tipo $(0,0,k)$ e é solução da equação do plano mediador de [*AB*].
$0+0-k-1=0 \Leftrightarrow k=-1$. Então, $T(0,0,-1)$.

3.2. Se [*AB*] é um diâmetro, então *C* é ponto médio de [*AB*].

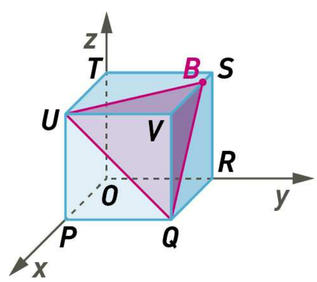
$C\left(\frac{-1-3}{2}, \frac{3+1}{2}, \frac{-2+0}{2}\right)$, ou seja, $C(-2,\ 2, -1)$.
O plano que passa em *C* e é paralelo ao plano *xOy* é definido por $z=-1$.

Resposta: Opção correta **(B)** $z=-1$

4.

4.1.
$0 \le k-1 \le 4 \wedge 0 \le 2k \le 4 \Leftrightarrow 1 \le k \le 5 \wedge 0 \le k \le 2 \Leftrightarrow k \in [1, 2]$
Resposta: Opção correta **(D)** $[1, 2]$

4.2.



Seja $\overline{VB} = a$.
O volume da pirâmide, $V_{Pirâmide}$, é dado por:
$$V_{Pirâmide} = \frac{1}{3} \times \frac{\overline{UV} \times \overline{VB}}{2} \times \overline{QV} = \frac{1}{6} \times 4 \times a \times 4 = \frac{8a}{3}$$
Sabe-se que $V_{Pirâmide} = 7,2$. Então, $\frac{8a}{3} = 7,2$, ou seja, $a = 2,7$.
A abcissa de B é igual a $4-2,7=1,3$.
As coordenadas de *B* são $(1,3\ ;\ 4\ ;\ 4)$.
Resposta: $B(1,3\ ;\ 4\ ;\ 4)$

5.

5.1. $(x+2)^2+y^2-6y=0 \Leftrightarrow (x+2)^2+y^2-6y+9=9 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-3)^2=9$

Centro: $C(-2\,,3)$

Resposta: $C(-2\,,3)$

5.2. Se $x=0$, tem-se: $4+(y-3)^2=9 \Leftrightarrow (y-3)^2=5 \Leftrightarrow y-3=\sqrt{5} \vee y-3=-\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow y=3+\sqrt{5} \vee y=3-\sqrt{5}$.

$T\left(0,3+\sqrt{5}\right)$ e $S\left(0,3-\sqrt{5}\right)$. Então, $\overline{ST}=\left|3+\sqrt{5}-\left(3-\sqrt{5}\right)\right|=2\sqrt{5}$.

Se $y=0$, tem-se: $(x+2)^2+9=9 \Leftrightarrow (x+2)^2=0 \Leftrightarrow x=-2$

Então, $R(-2,0)$.

$R(-2,0)$ e $T\left(0,3+\sqrt{5}\right)$. Então, $\overline{RT}=\sqrt{(0+2)^2+\left(3+\sqrt{5}-0\right)^2}=\sqrt{4+\left(3+\sqrt{5}\right)^2}$.

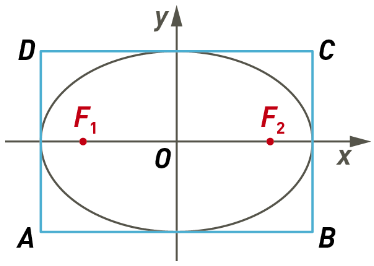
$R(-2,0)$ e $S\left(0,3-\sqrt{5}\right)$. Então, $\overline{RS}=\sqrt{(0+2)^2+\left(3-\sqrt{5}-0\right)^2}=\sqrt{4+\left(3-\sqrt{5}\right)^2}$.

Perímetro do triângulo $[RST]$: $\overline{RS}+\overline{ST}+\overline{RT}=\sqrt{4+\left(3-\sqrt{5}\right)^2}+2\sqrt{5}+\sqrt{4+\left(3+\sqrt{5}\right)^2}$

$\overline{RS}+\overline{ST}+\overline{RT}\approx 12,2$

Resposta: O perímetro do triângulo [*RST*], arredondado às décimas, é 12,2.

6.



Eixo maior: $2a=6$
Eixo menor: $2b=4$
Distância focal: $F_1F_2=2c$
$b^2+c^2=a^2$
Então, $2^2+c^2=9 \Leftrightarrow c^2=5 \Leftrightarrow c=\sqrt{5}$.

$F_1F_2=2c=2\sqrt{5}$

Resposta: Opção correta **(C)** $2\sqrt{5}$

7.

7.1. $\overline{RS}$, sabendo que [*RS*] é a interseção da esfera *B* com o eixo *Oz*.

Os pontos *R* e *S* pertencem à superfície esférica $x^2+(y-5)^2+(z+2)^2=36$ e são do tipo $(0,0,z)$.

$0^2+(0-5)^2+(z+2)^2=36 \Leftrightarrow (z+2)^2=11 \Leftrightarrow z+2=\sqrt{11} \vee z+2=-\sqrt{11}$

$\Leftrightarrow z=-2+\sqrt{11} \vee z=-2-\sqrt{11}$

Assim, $\overline{RS}=\left|-2+\sqrt{11}-\left(-2-\sqrt{11}\right)\right|=\left|2\sqrt{11}\right|=2\sqrt{11}$.

Resposta: $\overline{RS}=2\sqrt{11}$

7.2. O raio e as coordenadas do centro da esfera *A*.
Seja *C* o centro da esfera *B* e *C'* o centro da esfera *A*.

$C(0,5,-2)$ e $C'(0,-5,-2)$

Seja *r* o raio da esfera *B* e *r'* o raio da esfera *A*.
$r=6$
Área da superfície da esfera *B*: $4\pi r^2 = 4\pi \times 36$
Área da superfície da esfera *A*: $4\pi r'^2$

$4\pi \times 36 = 3\left(4\pi r'^2\right) \Leftrightarrow r'^2 = 12 \Leftrightarrow r' = \sqrt{12}$

Resposta: A esfera *A* tem centro no ponto $C'(0,-5,-2)$ e raio $\sqrt{12}$.

FIM

	Cotações													
Questões	**1.1.**	**1.2.**	**2.1.**	**2.2.**	**3.1.**	**3.2.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.**	**7.1.**	**7.2.**	**Total**
Pontos	15	20	15	20	20	10	10	15	20	15	10	15	15	**200**