1.

1.1.

a) Resposta: Grau 5

b) Resposta: Grau 3

c) Resposta: Grau 6

1.2. $C(x) = 2x^3 + 5x - 1$ e $P(x) = C(x) + A(x)$

Por exemplo, $A(x) = -2x^3 + x^2$.

$P(x) = x^2 + 5x - 1$, tem grau 2.

Resposta: Por exemplo, $A(x) = -2x^3 + x^2$.

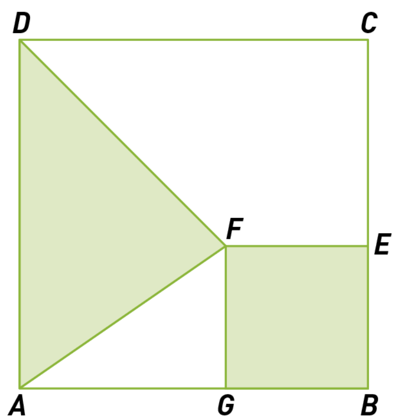
2. $\left]6 \times 2^{-2} , \ 5^{\frac{1}{2}} \right]$

$6 \times 2^{-2} = \frac{6}{2^2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1{,}5$ e $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ e $2 < \sqrt{5} < 3$.

Resposta: A opção correta é **(C)** $1{,}7$.

3.

3.1. $\overline{AB} = \sqrt{48} = \sqrt{2^4 \times 3} = 4\sqrt{3}$



O perímetro do quadrado [*ABCD*] é igual a:
$4 \times \overline{AB} = 4 \times 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$

3.2. $\overline{GB} = \frac{8\sqrt{2}}{4} = 2\sqrt{2}$

$\overline{AG} = \overline{AB} - \overline{GB} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$

Área do triângulo [*AFG*]:
$\frac{\overline{AD} \times \overline{AG}}{2} = \frac{4\sqrt{3} \times \left(4\sqrt{3} - 2\sqrt{2}\right)}{2} = \frac{48 - 8\sqrt{6}}{2} = 24 - 4\sqrt{6}$

4.

4.1. Sabe-se que $P(x) = D(x) \times (-2x) - 5x - 1$. Então, tem-se:

$D(x) \times (-2x) - 5x - 1 = -2x^3 + 3x - 1 \Leftrightarrow D(x) = \frac{-2x^3+8x}{-2x}$

$\Leftrightarrow \; D(x) = x^2 - 4$

$$\begin{array}{r|l} -2x^3 + 8x & -2x \\ \cline{2-2} 2x^3 & x^2 - 4 \\ \cline{1-1} 8x & \\ -8x & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Resposta: $D(x) = x^2 - 4$

4.2.

$P(1) = -2 \times 1^3 + 3 \times 1 - 1 = -2 + 3 - 1 = 0$

$P(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; (x-1)(-2x^2 - 2x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow \; x - 1 = 0 \quad \vee \quad -2x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \; x = 1 \quad \vee \quad x = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{-4} \; \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 1 \quad \vee \quad x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{-4}$

$\Leftrightarrow \; x = 1 \quad \vee \quad x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \vee \quad x = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\begin{array}{c|cccc} & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 1 & & -2 & -2 & 1 \\ \hline & -2 & -2 & 1 & \boxed{0} \end{array}$$

Resposta: $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$, $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ e 1

5. $P(x) = x^4 + 2x^3 - kx^2 - 3x + k \;,\; k \in \mathbb{R}$

5.1. Recorrendo ao Teorema do resto tem-se:

$$P(-2) = 3 \Leftrightarrow 16 - 16 - 4k + 6 + k = 3 \Leftrightarrow -3k = -3 \Leftrightarrow k = 1$$

Resposta: $k = 1$

5.2.

a) $P(1) = 0 \Leftrightarrow 1 + 2 - k - 3 + k = 0$
Condição universal.
Resposta: Verdadeiro

b) $P(-1) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2 - k + 3 + k = 0$
Equação impossível

Resposta: Falso

6. Seja $C(x)$ a expressão que representa $\overline{AB}$.
Como $B(x) \times C(x) = A(x)$, tem-se:

$C(x) = \frac{3x^3+8x^2+9}{x+3}$

	3	8	0	9
-3		-9	3	-9
	3	-1	3	0

ou seja, $C(x) = 3x^2 - x + 3$.

Resposta: $C(x) = 3x^2 - x + 3$

7.

7.1.

$S = \{x \in \mathbb{R} : \ x^2 < 4\}$ e $T = \{x \in \mathbb{R} : \ |x| \geq 3\}$

$$x^2 < 4 \Leftrightarrow x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2) < 0$$

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	0	+
$x+2$	$-$	0	+	+	+
$(x-2)(x+2)$	+	0	$-$	0	+

$$x^2 < 4 \Leftrightarrow x \in \left]-2\,,2\right[$$

Resposta: $S = \left]-2\,,2\right[$

7.2.

$|x| \geq 3 \Leftrightarrow x \leq -3 \lor x \geq 3$

$T = \left]-\infty, -3\right] \cup \left[3, +\infty\right[$

$\overline{T} = \left]-3\,,3\right[$ e $S = \left]-2\,,2\right[$

Por exemplo, $\frac{5}{2} \in \overline{T}$ e $\frac{5}{2} \notin S$.

Daqui resulta que a proposição: $\forall x, \ \ x \in \overline{T} \ \Rightarrow \ x \in S$ é falsa.

Resposta: Valor lógico falso

8. $P(x)$ é um polinómio do 3.º grau.
Sabe-se que:

- 1 é zero de multiplicidade 2;
- o resto da divisão inteira de $P(x)$ por $(x+1)$ é 8.

$P(x) = (x-1)^2(ax+b)$

$P(-1) = 8 \iff (-1-1)^2(-a+b) = 8 \iff -a+b = 2 \iff b = a+2$

Por exemplo, para $a = 1$ tem-se $b = 3$. Então, tem-se:

$P(x) = (x-1)^2(x+3) = (x^2-2x+1)(x+3) = x^3+x^2-5x+3$

Resposta: Por exemplo, x^3+x^2-5x+3 .

FIM

	Cotações																
Questões	**1.1.a)**	**1.1.b)**	**1.1.c)**	**1.2.**	**2.**	**3.1.**	**3.2.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.1.**	**5.2.a)**	**5.2.b)**	**6.**	**7.1.**	**7.2.**	**8.**	**Total**
Pontos	8	8	8	8	8	15	18	15	18	13	15	15	15	12	12	12	**200**