

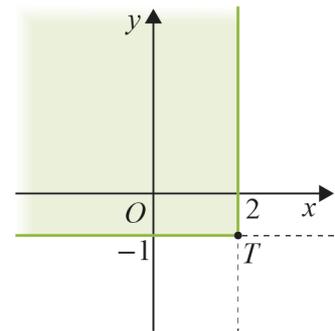
Nome: _____

Ano / Turma: _____ N.º: _____ Data: ____ - ____ - ____

- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

1. Na figura está representado, num referencial o.n. Oxy , um conjunto A de pontos correspondente à região colorida.

O ponto T tem de coordenadas $(2, -1)$ e pertence ao conjunto A .



1.1. O simétrico de um ponto P em relação à reta definida pela equação $x = 1$ pertence ao conjunto A (região colorida).

Qual das opções seguintes pode corresponder às coordenadas do ponto P ?

- (A) $\left(\pi, -\frac{1}{2}\right)$ (B) $\left(-\frac{1}{2}, 4\right)$ (C) $\left(\sqrt{2}, -\frac{5}{2}\right)$ (D) $\left(-\sqrt{2}, \frac{3}{2}\right)$

1.2. Determina para que valores reais de k o ponto $S\left(3-2k, \frac{1}{2}-\frac{k+1}{3}\right)$ pertence ao conjunto A .

Apresenta o resultado na forma de intervalo de números reais.

1.3. Representa através de uma equação, na forma reduzida, a circunferência de centro T e que passa em O .

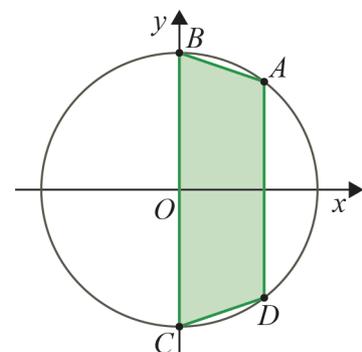
1.4. A interseção da bissetriz dos quadrantes ímpares com o conjunto A é um dos lados de um quadrado.

Mostra que o perímetro desse quadrado é igual a $12\sqrt{2}$.

2. Na figura estão representados, num referencial o.n. Oxy , o trapézio $[ABCD]$ e uma circunferência. Sabe-se que:

- a circunferência é definida pela equação $x^2 + y^2 = 12$;
- os pontos A, B, C e D pertencem à circunferência, sendo B e C os pontos de interseção da circunferência com o eixo Oy ;
- o ponto A tem ordenada 3.

Mostra que o valor da medida da área do trapézio $[ABCD]$ é igual a $6+3\sqrt{3}$.

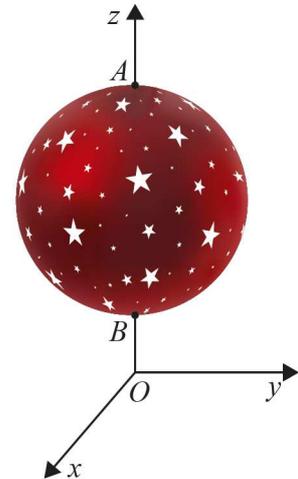


3. As bolas de Natal

3.1. Na figura está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, uma bola de Natal.

Sabe-se que:

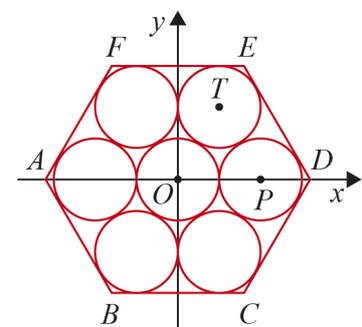
- a superfície da bola é definida pela equação
 $x^2 + y^2 + z^2 - 12z = -20$;
 - os pontos A e B pertencem a Oz e são os extremos de um diâmetro da bola;
- a) Determina as coordenadas do centro e o raio da superfície esférica.
- b) Qual dos seguintes pontos pertence à superfície esférica?
- (A) $(\sqrt{3}, 0, 4)$ (B) $(\sqrt{2}, \sqrt{5}, 3)$
(C) $(-3, 3, \sqrt{12})$ (D) $(4, -1, 6)$
- c) Determina as coordenadas do ponto B .
- d) Seja $[PQ]$ um diâmetro da bola, sendo $P(\sqrt{3}, -2, 9)$.



Representa por uma equação a reta paralela a Oy que passa pelo ponto Q .

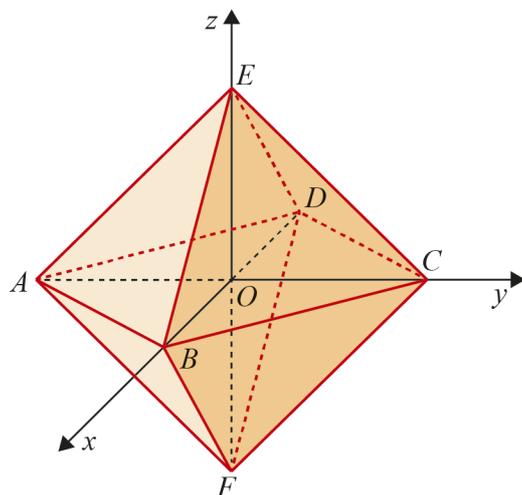
3.2. Na figura está representada uma caixa com a forma de um prisma hexagonal regular que contém sete bolas de Natal, ajustadas à caixa, sendo o raio de cada uma das bolas igual a 4. No plano, num referencial o.n. Oxy , é representada a vista de cima da caixa com as bolas. Sabe-se que:

- Ox e Oy são eixos de simetria da figura;
 - o raio de cada uma das circunferências é 4;
 - os pontos O , P e T são centros de três das sete circunferências.
- a) Representa por uma equação a circunferência de centro P .
- b) Determina as coordenadas do ponto T .
- c) A reta EF é definida pela equação:
- (A) $y = \sqrt{48}$ (B) $y = 12$
(C) $y = 4(1 + \sqrt{3})$ (D) $y = 2 + \sqrt{48}$



4. Na figura está representada uma decoração feita com octaedros regulares e iguais.

A seguir está a representação de um desses octaedros, num referencial o.n. $Oxyz$:



Sabe-se que:

- o quadrilátero $[ABCD]$ está contido no plano xOy ;
- os vértices E e F pertencem a Oz ;
- o vértice E tem coordenadas $(0,0,6)$.

Nota: Num octaedro regular, as faces são triângulos equiláteros.

4.1. Considera $M(k^2, 7, -2k + 3)$, $k \in \mathbb{R}$.

Determina para que valores de k o ponto M pertence ao plano mediador de $[BE]$.

4.2. Determina a medida do volume do octaedro.

4.3. A interseção do plano $z = 4$ com o octaedro é um quadrado.

Determina a medida da área desse quadrado.

FIM

Questões	Cotações															
	1.1.	1.2.	1.3.	1.4.	2.	3.1. a)	3.1. b)	3.1. c)	3.1. d)	3.2. a)	3.2. b)	3.2. c)	4.1.	4.2.	4.3.	Total
Pontos	10	15	13	15	15	10	13	13	15	13	15	10	13	15	15	200