

Cotações																				
		1.ª Parte							2.ª Parte											
Questões	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	1.	2.	3.1.	3.2.	3.3.	4.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2. a)	6.2. b)	7.	8.
Cotações	6	6	6	6	6	6	6	8	15	12	12	12	12	10	10	16	12	12	12	15

## 1.ª Parte

1. Como  $p \Rightarrow \sim q$  é falso, conclui-se que  $p$  é verdadeira e  $\sim q$  é falsa, ou seja,  $p$  é verdadeira e  $q$  é também verdadeira.

Assim,  $p \Leftrightarrow q$  é verdadeira.

### Opção (B)

2.

Para  $A = [0, 3]$ , tem-se  $\bar{A} = ]-\infty, 0[ \cup ]3, +\infty[$  e assim  $B \cap \bar{A} = ]-2, 0[ \cup ]3, +\infty[$ .

Para  $A = ]-\infty, 3]$ , tem-se  $\bar{A} = ]3, +\infty[$  e assim  $B \cap \bar{A} = ]3, +\infty[$ .

Para  $A = ]3, 5]$ , tem-se  $\bar{A} = ]-\infty, 3[ \cup ]5, +\infty[$  e assim  $B \cap \bar{A} = ]-2, 3[ \cup ]5, +\infty[$ .

Para  $A = ]3, +\infty[$ , tem-se  $\bar{A} = ]-\infty, 3]$  e assim  $B \cap \bar{A} = ]-2, 3]$ , como se refere no enunciado.

### Opção (D)

3.  $x^2 + x = -1 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 0$ . Repara que  $\Delta < 0$ . A equação é impossível em  $\mathbb{R}$ .

$$3 - 2x \leq 1 \Leftrightarrow -2x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 1 \Leftrightarrow x \in [1, +\infty[$$

Como  $p(x)$  é impossível,  $\sim p(x)$  é universal.

Então  $\sim p(x) \vee q(x)$  é universal.

### Opção (C)

4.  $A = ]0, \pi]$  e  $B = ]\sqrt{7}, +\infty[$ . Então,  $A \setminus B = ]0, \sqrt{7}]$ .

**Opção (A)**

5.  $\forall x, x \in A \Rightarrow x^2 \notin A$  é falsa, pois  $2 \in A \wedge 2^2 \in A$ .

**Opção (C)**

6. Como o volume do cubo é  $8a$  e a medida da aresta é  $6\sqrt[3]{5}$ , tem-se:

$$8a = (6\sqrt[3]{5})^3 \Leftrightarrow 8a = 6^3 \times 5 \Leftrightarrow a = \frac{6^3 \times 5}{8} \Leftrightarrow a = 3^3 \times 5 \Leftrightarrow a = 135$$

**Opção (A)**

7.  $\overline{AB} \times \overline{BC} = \sqrt{18} \times \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 2 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 3^3} = 2 \times 3\sqrt{3}$

Então,  $k = 3$ .

**Opção (C)**

## 2.ª Parte

1.

Proposição	Valor lógico
$\sqrt[5]{-18} > \sqrt[4]{2}$	F
$\forall x, x \text{ é número primo} \Rightarrow x \text{ é ímpar}$	F
$\exists x:  x  > x$	V
$\forall x, x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{x}{2} \notin \mathbb{Z}$	F

2.  $p \vee (q \Rightarrow \sim p) \Leftrightarrow$

$$p \vee (\sim q \vee \sim p) \Leftrightarrow$$

$$p \vee \sim p \vee \sim q \Leftrightarrow$$

$$V \vee \sim q \Leftrightarrow$$

$$V \text{ Tautologia}$$

3. Considera as proposições:

**a:** “O médico trabalha no hospital.”

**b:** “O médico desloca-se de automóvel.”

**c:** “O médico não chega atrasado.”

3.1. Se o médico não trabalha no hospital e desloca-se de automóvel, então chega atrasado.

3.2.  $c \Leftrightarrow a$

3.3. Como  $(a \wedge \sim c) \Rightarrow (c \vee b)$  é **falsa**, tem-se:

$a \wedge \sim c$  é verdadeira e  $c \vee b$  é falsa.

Como  $a \wedge \sim c$  é verdadeira,  $a$  é verdadeira e  $\sim c$  é verdadeira, ou seja,  $c$  é falsa.

Como  $c \vee b$  é falsa e  $c$  é falsa, conclui-se que  $b$  é falsa.

Assim,  $a$  é verdadeira,  $b$  é falsa e  $c$  é falsa.

4.

Proposição	Negação (sem utilizar o símbolo $\sim$ )
$\forall x, 2x < 5 \vee x^2 = 1$	$\exists x, 2x \geq 5 \wedge x^2 \neq 1$
$\exists x: 3x - 1 \geq 0 \wedge x + 3 < 1$	$\forall x: 3x - 1 < 0 \vee x + 3 \geq 1$
$\forall x, 1 \leq x < 3$	$\exists x, x < 1 \vee x \geq 3$

5.

5.1. A proposição  $\forall x, a(x) \Rightarrow b(x)$  é falsa porque nem todos os paralelogramos são retângulos.

Para contraexemplo basta considerar um paralelogramo com lados não perpendiculares como o da figura.



5.2.  $b(x) \Rightarrow a(x)$

6.

$$6.1. 3 - \frac{1-x}{2} < 4 \Leftrightarrow 6 - 1 + x < 8 \Leftrightarrow x < 3$$

$$A = \{x: p(x)\} = ]-\infty, 3[$$

$$(x-3)(x^2+4x)=0 \Leftrightarrow x-3=0 \vee x^2+4x=0 \Leftrightarrow$$

$$x=3 \vee x(x+4)=0 \Leftrightarrow x=3 \vee x=0 \vee x=-4$$

$$B = \{x: q(x)\} = \{-4, 0, 3\}$$

6.2.

a)  $C = \{x: p(x) \wedge q(x)\} = A \cap B = \{-4, 0\}$

b)  $B \setminus A = \{3\}$

$$7. (\sqrt[3]{2})^2 \times \sqrt[3]{6} = 2\sqrt[3]{a} \Leftrightarrow \sqrt[3]{2^2} \times \sqrt[3]{2 \times 3} = 2\sqrt[3]{a} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{2^3 \times 3} = 2\sqrt[3]{a} \Leftrightarrow \frac{2\sqrt[3]{3}}{2} = \sqrt[3]{a} \Leftrightarrow \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{a} \Leftrightarrow a = 3$$

8. Pelo Teorema de Pitágoras,  $\overline{AE}^2 + \overline{EF}^2 = \overline{AF}^2$ .

Como  $\overline{EF} = \overline{AE}$ , tem-se  $2\overline{AE}^2 = 12 \Leftrightarrow \overline{AE}^2 = 6$ .

Então,  $\overline{AE} = \sqrt{6}$  e  $\overline{AB} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$

$$A_{[ABCD]} = (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 = 6 + 2\sqrt{12} + 2 = 8 + 2 \times 2\sqrt{3} = 8 + 4\sqrt{3}, \text{ como queríamos demonstrar.}$$

FIM