

		Cotações													
		1.ª Parte					2.ª Parte								
Questões		1.	2.	3.	4.	5.	1.1.	1.2.	2.	3.	4.	5.	6.1.	6.2.	7.
Cotações		10	10	10	10	10	15	15	20	15	15	15	20	20	15

1.ª Parte

1.

$$\sqrt{x^2} = |x|. \text{ Como } x \in \mathbb{R}^-, \text{ tem-se } |x| = -x.$$

Opção (D)

2.

$$\sqrt[3]{a\sqrt{a}} \text{ com } a > 0.$$

$$\sqrt[3]{a\sqrt{a}} = \sqrt[3]{\sqrt{a^3}} = \sqrt[6]{a^3} = a^{\frac{3}{6}} = a^{\frac{1}{2}}$$

Opção (C)

3.

O polinómio $A(x) - B(x)$ tem grau 5.

Então o polinómio $C(x) = (A(x) - B(x))^2$ tem grau 10.

Opção (A)

4.

$$P(-1) = 0 \Leftrightarrow 2 + 1 - k + k^2 = 0 \Leftrightarrow k^2 - k + 3 = 0$$

$$k = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 12}}{2}$$

Equação impossível (em \mathbb{R})

Opção (C)

5. O quociente da divisão de $P(x)$ por $(x-2)^3$ é $(x+3)^2$.

$$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

Opção (D)

2.ª Parte

1.

$$1.1. a = \frac{\sqrt[3]{5} \times 2^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{10}} = \frac{5^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{10}} = \frac{10^{\frac{1}{3}}}{10^{\frac{1}{2}}} = 10^{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = 10^{-\frac{1}{6}}$$

$$a = 10^{-\frac{1}{6}}$$

1.2. Mostrar que $\frac{b}{\sqrt{3+b}} = \sqrt{6} - 2$.

$$b = \sqrt{8} - 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2^3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$b = \sqrt{2}$$

Então, tem-se:

$$\frac{b}{\sqrt{3+b}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3+\sqrt{2}}}$$

Racionalizando o denominador, tem-se:

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3+\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3+\sqrt{2}})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{6}-2}{3-2} = \sqrt{6}-2$$

Assim, conclui-se que $\frac{b}{\sqrt{3+b}} = \sqrt{6} - 2$.

2.

Simplificando o valor de k , tem-se:

$$k = 24^{\frac{1}{2}} - \sqrt[4]{36} - 1 = \sqrt{24} - \sqrt[4]{6^2} - 1 = \sqrt{2^2 \times 6} - \sqrt{6} - 1 = \sqrt{6} - 1$$

Assim, tem-se:

$$k = \sqrt{6} - 1$$

Substituindo na equação $x^2 + 2x - 5 = 0$, a incógnita x por $\sqrt{6} - 1$, tem-se:

$$(\sqrt{6} - 1)^2 + 2(\sqrt{6} - 1) - 5 = 0$$

$$6 - 2\sqrt{6} + 1 + 2\sqrt{6} - 2 - 5 = 0$$

$$0 = 0 \text{ (proposição verdadeira)}$$

Conclui-se que k é solução da equação.

3. A medida do lado do quadrado é igual a $\sqrt{32}$.

$$\text{Então, } \overline{FP} = \sqrt{32} - \overline{EP} = \sqrt{2^5} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2}.$$

$$\text{A área do triângulo } [ABP] \text{ é dada por: } \frac{\overline{AB} \times \overline{FP}}{2} = \frac{4\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{2} = 12$$

4. A área da parte relvada pode ser obtida retirando a área de dois triângulos iguais à área de um retângulo.

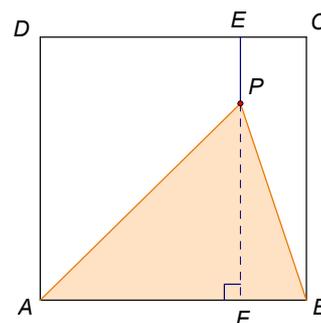
Assim, tem-se:

$$P(x) = (10 - 2x)(6 - 2x) - 2 \times \frac{(6 - 2x)x}{2}$$

$$P(x) = 60 - 20x - 12x + 4x^2 - (6 - 2x)x$$

$$P(x) = 60 - 20x - 12x + 4x^2 - 6x + 2x^2$$

$$P(x) = 6x^2 - 38x + 60$$



5.

$$\begin{array}{r}
 x^4 - 2x^3 + 0x^2 + 5x - 1 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 + 2x \\ x^2 - 4x + 8 \end{array} \right. \\
 \hline
 -x^4 - 2x^3 \\
 \hline
 -4x^3 + 0x^2 + 5x - 1 \\
 \quad 4x^3 + 8x^2 \\
 \hline
 \quad \quad 8x^2 + 5x - 1 \\
 \quad \quad -8x^2 - 16x \\
 \hline
 \quad \quad \quad -9x - 1
 \end{array}$$

Quociente: $x^2 - 4x + 8$

Resto: $-9x - 1$

6.

6.1.

$$\begin{cases} P(-2)=0 \\ P(1)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8-4a-6+b=0 \\ 1-a+3+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a+b=14 \\ b=a-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a+a-1=14 \\ b=a-1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a=-5 \\ b=-6 \end{cases}$$

O polinómio $P(x)$ é divisível por $x+2$ e dividido por $x-1$ dá resto 3, se $a=-5$ e $b=-6$.

6.2. Se $a=1$ e $b=-3$, então $P(x)=x^3-x^2+3x-3$.

Aplicando a Regra de Ruffini, tem-se:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & 3 & -3 \\ 1 & & 1 & 0 & 3 \\ \hline & 1 & 0 & 3 & 0 \end{array}$$

Daqui resulta que:

$$P(x)=(x-1)(x^2-3), \text{ ou seja, } P(x)=(x-1)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$$

$$P(x)=0 \Leftrightarrow x-1=0 \vee x-\sqrt{3}=0 \vee x+\sqrt{3}=0$$

$$\Leftrightarrow x=1 \vee x=\sqrt{3} \vee x=-\sqrt{3}$$

7. $P(x)=3x^5+2x^4-10x^3-12x^2-x+2$ e $P(x)=(x+1)^m(x-2)^nQ(x)$, $m,n \in \mathbb{N}$

Aplicando a Regra de Ruffini, tem-se:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 2 & -10 & -12 & -1 & 2 \\ -1 & & -3 & 1 & 9 & 3 & -2 \\ \hline & 3 & -1 & -9 & -3 & 2 & 0 \\ -1 & & -3 & 4 & 5 & -2 & \\ \hline & 3 & -4 & -5 & 2 & 0 & \\ -1 & & -3 & 7 & -2 & & \\ \hline & 3 & -7 & 2 & 0 & & \\ -1 & & -3 & 10 & & & \\ \hline & 3 & -10 & 12 \neq 0 & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rr} & 3 & -7 & 2 \\ 2 & & 6 & -2 \\ \hline & 3 & -1 & 0 \\ 2 & & 6 & \\ \hline & 3 & 5 \neq 0 & \end{array}$$

$$P(x)=(x+1)^3(x-2)(3x-1)$$

Daqui resulta que: $m=3$; $n=1$ e $Q(x)=3x-1$

FIM