

PROVA FINAL 1

ESCOLA: _____
 NOME: _____ N.º: _____ TURMA: _____ DATA: _____

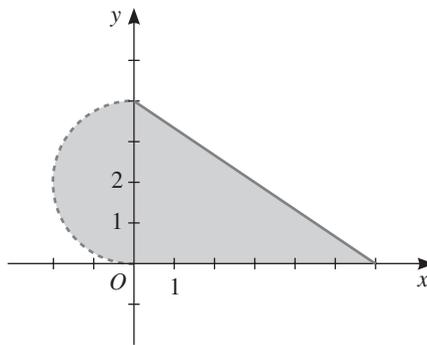
Grupo I

Selecione a opção correta de entre as alternativas que lhe são apresentadas.

1 Sabendo que $a \Leftrightarrow b$ é uma proposição verdadeira, diga qual das seguintes proposições é falsa:

- (A) $a \vee \sim b$
- (B) $\sim a \wedge b$
- (C) $\sim a \vee b$
- (D) $a \Rightarrow b$

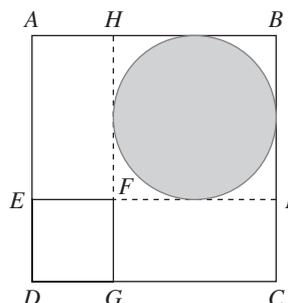
2 Considere a região do plano representada na figura.



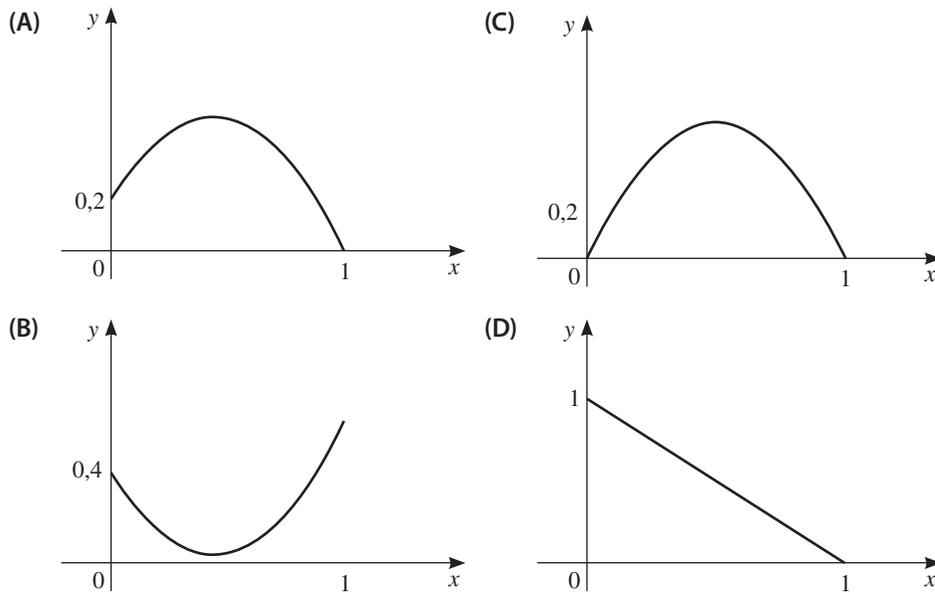
Qual das opções define a zona sombreada da figura?

- (A) $x^2 + (y - 2)^2 < 4 \vee (x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge y \leq \frac{2}{3}x + 4)$
- (B) $(x - 2)^2 + y^2 < 4$
- (C) $x^2 + (y - 2)^2 < 4 \vee (x \geq 0 \wedge y \geq 0)$
- (D) $x^2 + (y - 2)^2 < 4 \vee y \geq 0 \wedge y \leq -\frac{4}{5}x + 4$

3 A figura representa o primeiro esboço de um logótipo que o João está a construir para o Clube de Matemática da sua escola. Dentro do quadrado $[ABCD]$ estão representados, a sombreado, um círculo e um quadrado $[DGFE]$, nos quais vão ser colocados desenhos alusivos a jogos matemáticos. Na região branca, ou seja, não sombreada, vão ser colocados símbolos matemáticos e texto. Sabe-se que: $\overline{AB} = 1$ e o círculo está inscrito no quadrado $[FHBI]$.



Seja x o lado do quadrado $[DGFE]$ e f a função que a cada valor de x faz corresponder a área da região branca. O gráfico de f é:



Teste Intermédio de Matemática B, 2006

4 A despesa mensal de uma empresa em vencimentos é de 32 mil euros. Sabendo que o salário médio da empresa é de 640 euros, quantos assalariados tem a empresa?

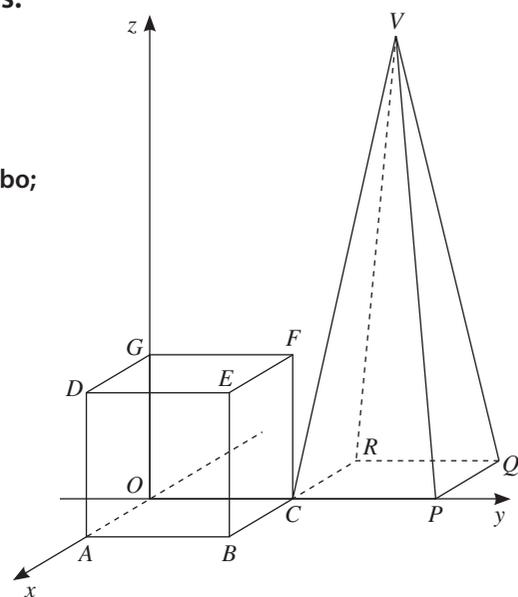
- (A) 500
- (B) 60
- (C) 50
- (D) 450

Grupo II

Apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e as justificações necessárias.

1 Na figura ao lado estão representados um cubo e uma pirâmide quadrangular num referencial $o. n.$ Sabe-se que:

- a aresta da base da pirâmide é igual à aresta do cubo;
- o cubo e a pirâmide têm volume igual a 64 cm^3 ;
- as bases dos sólidos estão no plano xOy .



- 1.1 Justifique que o vértice E do cubo tem coordenadas $(4, 4, 4)$.
- 1.2 Determine a altura da pirâmide e use-a para justificar que o vértice V tem coordenadas $(-2, 6, 12)$.
- 1.3 Considere a esfera definida pela condição: $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 8)^2 \leq 36$
- 1.3.1 Prove que o centro da esfera está na reta DV .
- 1.3.2 Averigue se F é um ponto da esfera.
- 1.3.3 Defina analiticamente o segmento de reta $[DV]$.

2 Considere a função real de variável real definida por $f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 3x - 4$.

- 2.1 Mostre que o gráfico da função f interseca o eixo das abcissas no ponto de abcissa 4.
- 2.2 Determine analiticamente os zeros de f .

3 O diretor de *marketing* de uma empresa decidiu fazer um estudo sobre a venda de um novo modelo de leitor de MP4, para escolher o valor que deveria acrescentar ao custo de produção do leitor de forma a obter o maior lucro possível. Para tal, durante um mês, colocou os leitores de MP3 à venda em diversos estabelecimentos, a preços diferentes, e registou o número de vendas em cada um, obtendo os resultados que se encontram registados na seguinte tabela:

LOJA	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Lucro por leitor de MP4/euros	1	2	3	2	4	5	3	2	5	6
Número de vendas	74	56	45	66	30	16	48	57	13	1

- 3.1 Qual é o lucro conseguido durante esse mês?
- 3.2 Calcule a média de vendas e o lucro médio dos 10 estabelecimentos.
- 3.3 Admita que a equação da reta de regressão referente à distribuição bidimensional que relaciona o lucro por leitor de MP4 e o número de vendas por estabelecimento é: $y = 90 - 15x$, sendo y o número de vendas e x o lucro por unidade vendida.
- 3.3.1 Quantas unidades conseguiriam vender, mensalmente, por estabelecimento, sem obter qualquer lucro por unidade?
- 3.3.2 Indique a margem de lucro por leitor, ou seja, os valores de x para os quais existe lucro.
- 3.3.3 Justifique que o lucro mensal, por estabelecimento, obtido na venda deste tipo de leitores de MP4 é dado, em função de x , por:

$$L(x) = x(90 - 15x)$$

- 3.3.4 Determine analiticamente o valor de x (lucro por leitor de MP4) de modo a obter o lucro mensal máximo.

Formulário

- **Área do círculo:** πr^2 , sendo r o raio do círculo

VOLUMES

- **Prisma e cilindro:** Área da base \times Altura
- **Esfera:** $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera
- **Fórmula resolvente de uma equação de 2.º grau** da forma $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$