

Teste N.º 2

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORA

10.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Para um certo valor real de k , considere o polinómio $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x + k$.

Considere também as seguintes proposições:

(I) Se $k = -6$, então $P(x)$ é divisível por $x - 1$.

(II) Se $k = 6$, então o resto da divisão de $P(x)$ por $x + 1$ é igual a 12.

Acerca das proposições anteriores, pode concluir-se que:

(A) apenas (I) é verdadeira.

(B) apenas (II) é verdadeira.

(C) são ambas verdadeiras.

(D) são ambas falsas.

2. Seja $p(x)$ uma condição impossível em \mathbb{R} .

Qual das seguintes condições é universal em \mathbb{R} ?

(A) $p(x) \vee x^4 = -1$

(B) $p(x) \wedge x^3 = -1$

(C) $p(x) \vee x^2 \geq 0$

(D) $p(x) \wedge x^2 \geq 0$

3. Numa aula de Matemática, a professora propõe aos alunos o seguinte exercício:

Considere, em \mathbb{R} , as condições:

$p(x): x^{2017} = 0 \vee (x - 1)(x + 2) = 0$

$q(x): x^2 - 2x + 1 = 0$

Qual das seguintes proposições é verdadeira para todo o x ?

(A) $p(x) \Leftrightarrow q(x)$

(B) $p(x) \Rightarrow q(x)$

(C) $q(x) \Rightarrow p(x)$

Três alunos responderam à questão. O António escolheu a opção (A), o Bernardo escolheu a opção (B) e a Carlota escolheu a opção (C).

Indique, justificando, qual dos alunos tem razão.

4. Sejam p , q e r as proposições:

p : “A Joana gosta de amoras.”

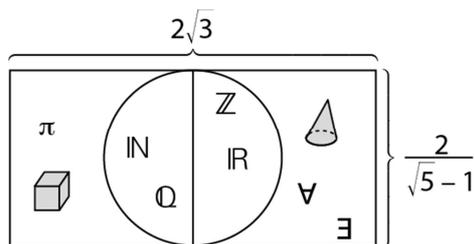
q : “A Joana gosta de framboesas.”

r : “A Joana gosta de mirtilos.”

4.1. Escreva em linguagem corrente a implicação contrarrecíproca da seguinte proposição: “Se a Joana não gosta de amoras, então a Joana gosta de mirtilos”.

4.2. Sabendo que a proposição $\sim(((p \wedge q) \vee r) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$ é verdadeira, determine quais dos referidos três frutos vermelhos a Joana gosta.

5. O clube de Matemática de uma escola vai participar num concurso e os alunos criaram uma bandeira de apoio ao clube. Essa bandeira tem a forma retangular e contém uma circunferência desenhada cujo diâmetro é igual à largura da bandeira, de acordo com a figura abaixo. As medidas estão expressas em metros.



5.1. Determine o valor exato da área da bandeira, apresentando o denominador racionalizado.

5.2. Determine o valor exato da área do círculo representado na bandeira, apresentando o denominador racionalizado.

6. Considere os conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x < 1 \vee x \geq \pi\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x < 2\}$$

$$C = \mathbb{R}_0^-$$

O conjunto $\overline{A} \setminus (B \cup C)$ é igual a:

- (A) $[2, \pi[$ (B) $[\pi, +\infty[$ (C) $[1, \pi[$ (D) \mathbb{R}^+

7. Considere os seguintes polinómios:

$$A(x) = x^4 + 3x^3 - 10x^2 - 24x$$

$$B(x) = x^2 - 2x$$

$$C(x) = ax^2 + bx + c, \text{ onde } a, b \text{ e } c \text{ são números reais, com } a \neq 0$$

7.1. Determine o valor exato de $A(\sqrt{3}) + B(1 - \sqrt{2})$.

7.2. Determine o quociente e o resto da divisão inteira de $A(x)$ por $B(x)$.

7.3. Decomponha o polinómio $A(x)$ num produto de fatores de grau 1, sabendo que -2 é raiz simples do polinómio.

7.4. Determine o conjunto-solução da condição $A(x) \geq 0$.

7.5. Determine os valores de a, b e c , sabendo que 3 é uma raiz de multiplicidade 2 do polinómio $C(x)$ e que o resto da divisão de $C(x)$ por $x - 1$ é 6.

8. Considere as proposições:

$$p: \sqrt[3]{\sqrt{4}} = 2^{\frac{1}{3}}$$

$$q: \sqrt{(-3)^2} = -3$$

$$r: \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

Qual das seguintes proposições é verdadeira?

(A) $p \wedge q \wedge r$

(B) $p \Rightarrow (q \Leftrightarrow r)$

(C) $\sim p \Rightarrow (q \wedge r)$

(D) $p \Leftrightarrow (q \vee \sim r)$

9. A expressão $\frac{x^2}{\sqrt[10]{x^8}}$, com $x > 0$, é igual a:

(A) x^2

(B) $x^{10}\sqrt{x^2}$

(C) $x^{2\sqrt[10]{x^8}}$

(D) $x^{10}\sqrt{x}$

FIM

COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.	2.	3.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.	6.	7.1.	7.2.	7.3.	7.4.	7.5.	8.	9.	
8	8	20	10	15	15	15	8	15	15	20	20	15	8	8	200