
Teste de Matemática A

2016 / 2017

Teste N.º 3

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

10.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____



Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais **só uma** está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que selecionar para responder a esse item.
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos nem justificações.**

1. Considere as proposições p e q :

$$p: \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a+b}, \text{ para quaisquer } a, b \in \mathbb{R}^+ \text{ e } n \in \mathbb{N}.$$

$$q: \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}, \text{ para quaisquer } a, b \in \mathbb{R}^+ \text{ e } n \in \mathbb{N}.$$

Qual das seguintes proposições é verdadeira?

- (A) $(\sim p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow q$
- (B) $(q \Rightarrow p) \wedge \sim p$
- (C) $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$
- (D) $(p \vee q) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$

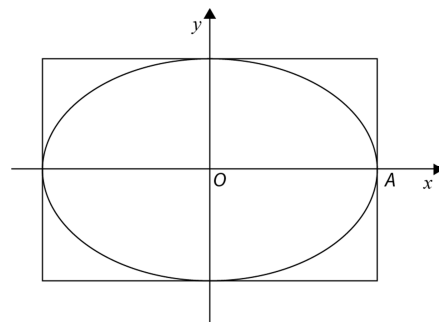
2. Seja $P(x)$ um polinómio do terceiro grau tal que:

- 2 é raiz dupla de $P(x)$;
- $P(x)$ é divisível por $x + 1$;
- o resto da divisão de $P(x)$ por $x + 3$ é 25.

Qual das seguintes opções corresponde ao polinómio $P(x)$?

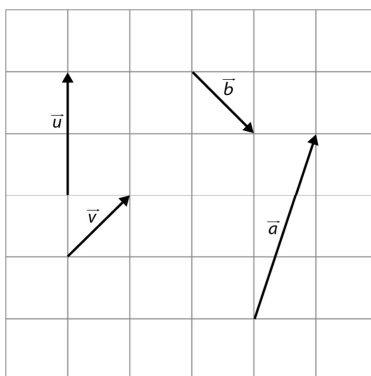
- (A) $x^3 - 3x^2 + 4$
- (B) $-\frac{x^3}{2} + \frac{3x^2}{2} - 2$
- (C) $-\frac{x^3}{2} - \frac{5x^2}{2} - 4x + 2$
- (D) $\frac{x^3}{2} - \frac{5x^2}{2} + 4x + 2$

3. Na figura encontra-se representada em referencial o.n. xOy uma elipse inscrita num retângulo. O ponto A pertence à elipse e a um dos lados do retângulo. Sabendo que a área do retângulo é 216 e que o ponto A tem coordenadas $(9, 0)$, qual das seguintes opções é uma equação da elipse?



- (A) $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{36} = 1$
 (B) $\frac{x^2}{216} + \frac{y^2}{81} = 1$
 (C) $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{64} = 1$
 (D) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{81} = 1$

4. Considere os vetores \vec{u} , \vec{v} , \vec{a} e \vec{b} representados na figura.



Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{b} = -\vec{v}$
 (B) $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{b} = -\vec{u} + \vec{v}$
 (C) $\vec{a} = \vec{u} - \vec{v}$ e $\vec{b} = \vec{u} + \vec{v}$
 (D) $\vec{a} = -\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{b} = \vec{u} + \vec{v}$
5. Fixado um referencial o.n. xOy , considere uma reta r paralela ao eixo Ox . Qual das seguintes equações pode definir essa reta?
- (A) $(x, y) = (1, 0) + k(1, -1), k \in \mathbb{R}$
 (B) $(x, y) = (1, 2) + k(0, 1), k \in \mathbb{R}$
 (C) $(x, y) = (1, 2) + k(1, 0), k \in \mathbb{R}$
 (D) $(x, y) = (0, 1) + k(1, 1), k \in \mathbb{R}$

Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efetuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: Quando para um resultado não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**.

1. Considere o conjunto $U = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ e as condições:

$$a(x): 9 - 3x \leq 0$$

$$b(x): x^2 - 4 = 0$$

$$c(x): x^2 - 1 \geq 0 \vee x^3 - 1 < 0$$

1.1. Classifique, em U , as seguintes condições.

1.1.1. $a(x) \wedge b(x)$

1.1.2. $c(x)$

1.2. Indique, justificando, o valor lógico da proposição $\forall x \in U, a(x) \Rightarrow \sim b(x)$.

1.3. Considere as condições $a(x)$ e $b(x)$ definidas em U e sejam A e B os seus conjuntos-solução, respetivamente. Represente em extensão o conjunto $B \setminus A$.

2. Considere a família de polinómios:

$$P(x) = ax^3 - bx^2 - 4x + 5, \text{ onde } a, b \in \mathbb{R}$$

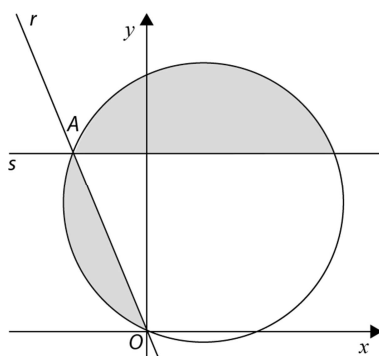
2.1. Sejam $a = 1$ e $b = -2$. Mostre que $P\left(\frac{1}{1+\sqrt{2}}\right) = 8 - 3\sqrt{2}$.

2.2. Determine a e b de modo que o resto da divisão de $P(x)$ por $x + 2$ seja -3 e que 1 seja uma raiz do polinómio.

2.3. Considere $a = -2$ e $b = 11$.

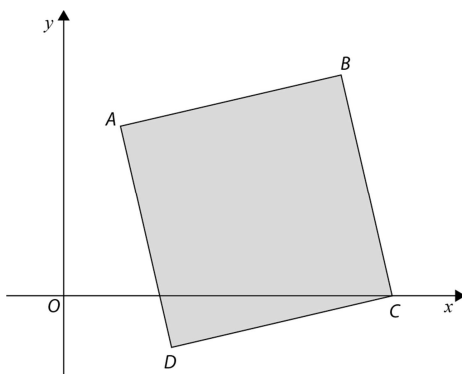
Resolva, em \mathbb{R} , a inequação $P(x) \leq 0$, apresentando o conjunto-solução na forma de intervalo ou de reunião de intervalos de números reais.

3. Na figura encontram-se representadas, em referencial o.n. xOy , as retas r e s e a circunferência de equação $x^2 + y^2 - 4x - 10y = 0$



Sabe-se que a reta r passa no ponto $A(-3, 7)$ e na origem do referencial e que a reta s passa no ponto A e é paralela ao eixo Ox .

- 3.1. Determine as coordenadas do centro da circunferência e o seu raio.
 - 3.2. Represente através de uma condição a região sombreada, incluindo a sua fronteira.
 - 3.3. Seja B o ponto de coordenadas $(2, -5)$. Determine a equação reduzida da mediatriz de $[AB]$.
4. Na figura encontra-se representado, em referencial o.n. xOy , o quadrado $[ABCD]$ de área igual a 17.



Sabe-se que o ponto C pertence ao eixo Ox e que as retas AB e BC são definidas, respetivamente, por $(x, y) = (1, 3) + k(4, 1), k \in \mathbb{R}$ e $4x + y = 24$. Determine:

- 4.1. as coordenadas do ponto B ;
- 4.2. uma equação vetorial da reta CD .

– FIM –

COTAÇÕES

Grupo I 50

Cada resposta certa 10

Cada resposta errada 0

Cada questão não respondida ou anulada 0

Grupo II 150

1. 30

1.1. 10

1.2. 10

1.3. 10

2. 45

2.1. 15

2.2. 15

2.3. 15

3. 45

3.1. 15

3.2. 15

3.3. 15

4. 30

4.1. 15

4.2. 15

TOTAL 200

