



[www.esffranco.edu.pt](http://www.esffranco.edu.pt)

(2024/2025)

## 2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 9

1.º Período

28/11/2024

Duração: 90 minutos

Nome: \_\_\_\_\_

N.º: \_\_\_\_\_

Classificação:

O professor: \_\_\_\_\_

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleccione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. A Esmeralda e o Libério adoram ir à praia.

Sabe-se que a probabilidade de tanto a Esmeralda como o Libério irem à praia amanhã é, independentemente um do outro, igual a 90%.

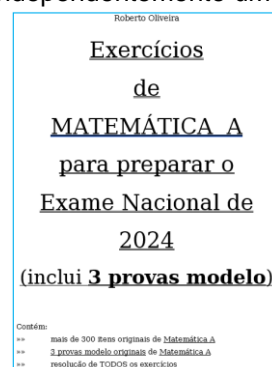
Qual é a probabilidade de apenas um deles ir à praia amanhã?

(A) 18%

(B) 36%

(C) 45%

(D) 90%



2. 2.1. Seja  $E$ , conjunto finito, o espaço amostral associado a uma experiência aleatória e sejam  $A$  e  $B$  dois acontecimentos ( $A \subset E$  e  $B \subset E$ ).

Sabe-se que  $P(A) = 4P(B)$ .

Mostre que  $P(A) = 4[1 + P(A \cap B) - P(A \cup \bar{B})]$ .

- 2.2. Numa sala de espera de um aeroporto, foi possível concluir que:

- 20% das pessoas pertencem a uma equipa de voleibol;
- 5% das pessoas são mais altas do que o Darkovic;
- $\frac{7}{8}$  das pessoas que são mais altas do que o Darkovic pertencem à equipa de voleibol.



Escolhe-se, ao acaso, uma das pessoas da sala de espera.

Determine a probabilidade de ela pertencer à equipa de voleibol ou de não ser mais alta que o Darkovic.

Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondada às décimas.

**Nota:** Se o desejar, utilize a igualdade referida em 2.1.. Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos  $A$  e  $B$ , no contexto da situação apresentada.

3. No departamento de inovação de uma empresa, dez homens e seis mulheres preparam-se para uma reunião de trabalho para constituir uma comissão para analisar um projeto.



Vai ser realizado um sorteio e, o primeiro nome sorteado, será o presidente da comissão, o segundo nome será o tesoureiro e, o terceiro, o responsável pelas relações-públicas.

Considere os acontecimentos seguintes.

- $A$ : «O presidente é uma mulher.»;  
 $B$ : «O tesoureiro é um homem.»;  
 $C$ : «A comissão é formada só por mulheres.».

Determine, sem recorrer à fórmula da probabilidade condicionada, o valor de  $P(C|(A \cap \bar{B}))$ .

Na sua resposta, interprete o significado de  $P(C|(A \cap \bar{B}))$ , tendo em conta o contexto descrito.

4. Considere, na figura, parte de uma composição geométrica formada por  $n$  pentágonos regulares, sendo  $n > 1$ .

Tal como sugere a figura, estão representados onze dos  $n$  pentágonos que formam a composição e todos eles têm um vértice numa reta que contém um certo ponto  $P$ , que não é vértice de nenhum pentágono.

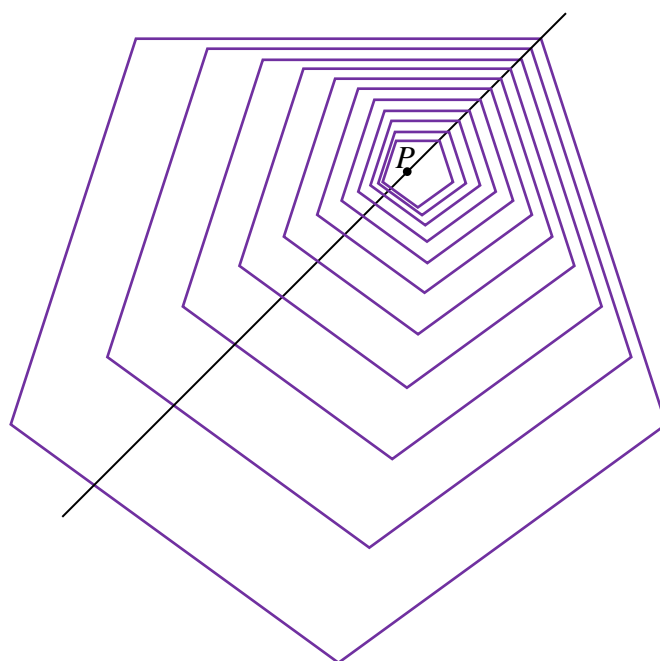
Considere o conjunto de pontos formado pelo ponto  $P$  e pelos vértices de todos os pentágonos da composição.

Sabe-se que, selecionando, ao acaso, dois pontos desse conjunto, a probabilidade de estes serem vértices do mesmo pentágono é igual a  $\frac{1}{34}$ .

Determine o valor de  $n$ .

Para resolver este problema, percorra as seguintes etapas:

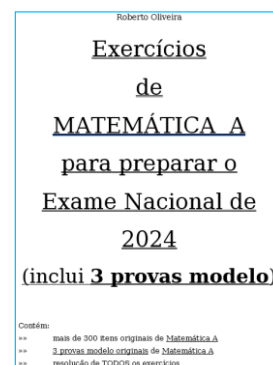
- equacione o problema;
- resolva a equação.



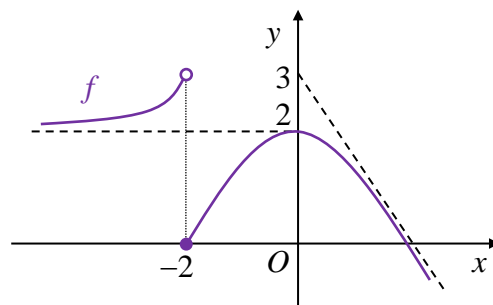
5. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+27}{9-x^2} & \text{se } x < -3 \\ \sqrt{x^2+7} & \text{se } x \geq -3 \end{cases}$ .

Sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos), resolva as alíneas seguintes.

- 5.1. Estude a continuidade da função  $f$  em  $x = -3$ .
- 5.2. Quando  $x \rightarrow +\infty$ , o gráfico de  $f$  admite uma assíntota oblíqua. Determine uma equação dessa assíntota.



6. Considere, na figura, o gráfico da função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$  e contínua em  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ , juntamente com as suas duas assíntotas, de equações  $y = 2$  e  $y = -\frac{3}{2}x + 3$ .



Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com as condições dadas.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, I, II, III e IV, seguido da opção, a), b) ou c), selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

O valor de  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  é **I** e o valor de  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  é **II**.

Quanto ao valor de  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ , **III** e o valor de  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-2}{x}$  é **IV**.

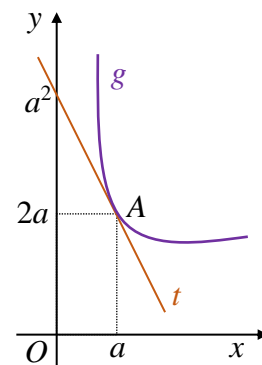
| I                 | II                | III             | IV    |
|-------------------|-------------------|-----------------|-------|
| a) 0              | a) 0              | a) não existe;  | a) -2 |
| b) $-\frac{3}{2}$ | b) $-\frac{3}{2}$ | b) é igual a 3; | b) 2  |
| c) -2             | c) 3              | c) é igual a 0. | c) 0  |

7. Considere, na figura, o gráfico da função  $g$ , diferenciável em  $\mathbb{R}^+$ .

Considere ainda um número real positivo  $a$  e a reta  $t$ , tangente ao gráfico de  $g$  no ponto  $A(a, 2a)$  e cuja ordenada na origem é  $a^2$ .

Sabendo que  $g'(a) = -2$ , qual é o valor de  $a$ ?

- (A)  $\frac{15}{4}$   
 (B)  $\frac{9}{2}$   
 (C) 3  
 (D) 4



8. Seja  $h$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $h(x) = -x^3 + 4x^2 - 6$ .

8.1. O Teorema de Bolzano-Cauchy permite-nos afirmar que  $h$  tem, pelo menos, um zero no intervalo:

- (A)  $]-2, 2[$       (B)  $]-2, 5[$       (C)  $]0, 5[$       (D)  $]4, 5[$

8.2. Qual é o valor da taxa média de variação de  $h$  entre  $-2$  e  $0$ ?

- (A) -12      (B)  $-\frac{23}{2}$       (C)  $\frac{23}{2}$       (D) 12

8.3. A reta tangente ao gráfico de  $h$  no ponto de abcissa 4 interseja o eixo  $Ox$  num ponto. Determine, sem usar a calculadora, a abcissa desse ponto.

8.4. Utilizando a calculadora gráfica, determine a distância entre os pontos  $A$  e  $B$ , onde:

- $A$  é o ponto de interseção entre o gráfico de  $h$  e o eixo  $Ox$  e tem abcissa negativa;
- $B$  é o ponto do gráfico de  $h$  de abcissa positiva e ordenada máxima.

Na sua resposta, deve:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificados;
- esboçar o segmento  $[AB]$ ;
- indicar as coordenadas dos pontos  $A$  e  $B$  com, em caso de aproximações, duas casas decimais;
- determinar o valor pedido, arredondado às décimas.

Roberto Oliveira

**Exercícios**  
de  
**MATEMÁTICA A**  
para preparar o  
**Exame Nacional de**  
**2024**  
(inclui **3 provas modelo**)

Contém:  
 \*\* mais de 300 testes originais de Matemática A  
 \*\* 3 provas modelo originais de Matemática A  
 \*\* resolução de TODOS os exercícios

9. De uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que a reta tangente ao seu gráfico em  $x = 0$  tem equação  $y = 5x + 1$ . Qual é a proposição verdadeira?

- (A)  $f(0) = 0$  (B) 0 é um maximizante de  $f$   
(C)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  (D)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$

10. Considere as funções  $f$  e  $g$ , contínuas em  $[-2, 2]$ , e tais que:

- $f(2) = 3f(-2)$ ;
- $g(x) = 3f(x) - 2f(2)$ .

Prove que a função  $g$  tem pelo menos um zero.

FIM

Roberto Oliveira  
**Exercícios**  
de  
**MATEMÁTICA A**  
para preparar o  
**Exame Nacional de**  
**2024**  
**(inclui 3 provas modelo)**

Contém:  
\*\* mais de 300 itens originais de Matemática A  
\*\* 3 provas modelo originais de Matemática A  
\*\* resolução de TODOS os exercícios

**COTAÇÕES**

| Item                |      |      |    |    |      |      |    |    |      |      |      |      |    |     |     |
|---------------------|------|------|----|----|------|------|----|----|------|------|------|------|----|-----|-----|
| Cotação (em pontos) |      |      |    |    |      |      |    |    |      |      |      |      |    |     |     |
| 1.                  | 2.1. | 2.2. | 3. | 4. | 5.1. | 5.2. | 6. | 7. | 8.1. | 8.2. | 8.3. | 8.4. | 9. | 10. | 200 |
| 8                   | 16   | 16   | 16 | 16 | 16   | 16   | 16 | 8  | 8    | 8    | 16   | 16   | 8  | 16  |     |