

Novo Espaço – Matemática 9.º ano

Proposta de Teste [dezembro - 2017]

Nome: _____

Ano / Turma: _____ N.º: _____ Data: ____ - ____ - ____



Caderno 1:

(É permitido o uso de calculadora.)

O teste é constituído por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica, de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

O teste inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (π): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\frac{\textit{Diagonal maior} \times \textit{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\textit{Base maior} + \textit{Base menor}}{2} \times \textit{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Pirâmide e cone: $\frac{\textit{Área da base} \times \textit{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

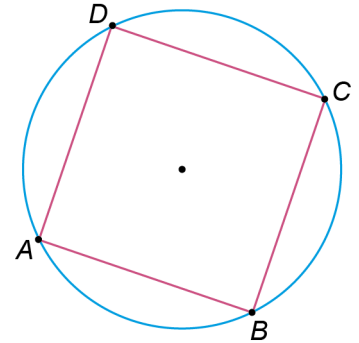
Tabela trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente	Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2708
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1445
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. Na figura está representado um quadrado $[ABCD]$ inscrito numa circunferência com 3 cm de raio. Determina a diferença, em centímetros, entre o comprimento da circunferência e o perímetro do quadrado.

Apresenta o valor exato e o valor arredondado às centésimas.



2. Considera os conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : 9 - \pi x < 2\} \text{ e } B = \{x \in \mathbb{R} : 2x - \sqrt{7} \leq 9\}$$

A soma dos números naturais que pertencem ao conjunto $A \cap B$ é igual a:

(A) 12

(B) 14

(C) 16

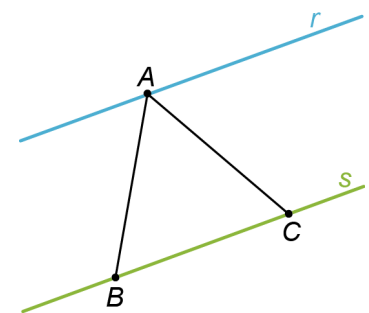
(D) 9

3. Na figura estão representadas duas retas paralelas r e s e um triângulo equilátero $[ABC]$.

Sabe-se que:

- o ponto A pertence à reta r ;
- os pontos B e C pertencem à reta s ;
- $\overline{BC} = 8$

Determina a distância entre as retas r e s . Apresenta o resultado arredondado às décimas.

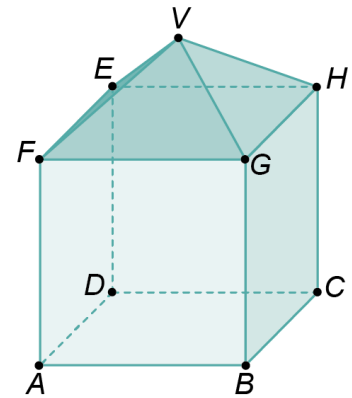


4. Na figura está representado um sólido constituído por um cubo $[ABCDEFGH]$ e por uma pirâmide regular $[EFGHV]$.

Sabe-se que:

- a área da face $[ABCD]$ é igual a 144 cm^2 ;
- o volume do sólido é igual a 1968 cm^3 .

Determina, em centímetros, a distância do vértice V ao plano ABC .



5. Na figura está representado um cilindro reto com 20 cm de altura. O diâmetro da base é metade da altura. O volume do cilindro, em cm^3 , arredondado às décimas é:

- (A) 1256,6 (B) 6283,2
 (C) 1570,8 (D) 628,3



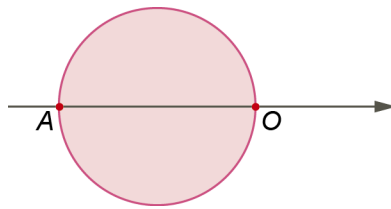
FIM (Caderno 1)

Item					
Cotações (em pontos)					
1.	2.	3.	4.	5.	Total
8	8	8	8	8	40

Caderno 2:

(Não é permitido o uso de calculadora.)

6. Na figura, estão representados a reta numérica de origem O , o ponto A pertencente a essa reta, e o círculo de diâmetro $[AO]$.
Sabe-se que a abcissa do ponto A é $-\sqrt{12}$.



A medida da área do círculo é:

- (A) 6π (B) 3π (C) 12π (D) -6π

7. Considera as inequações:

I: $\frac{x+2}{4} \geq x$

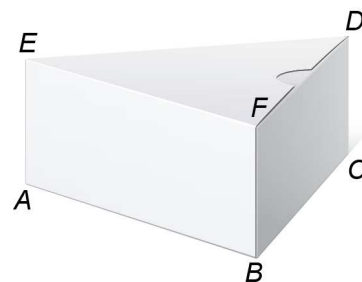
II: $(x-2)^2 < x(x+2)$

Seja A o conjunto-solução da inequação I e B o conjunto-solução da inequação II.

Resolve cada uma das inequações e mostra que $A \cup B = \mathbb{R}$.

8. Na figura está representada uma caixa com a forma de prisma triangular reto.

Sabe-se que $\overline{AE} = 10$ cm.



8.1. Determina a soma das medidas das áreas das bases do prisma, em cm^2 , sabendo que o volume do prisma é igual a 1500 cm^3 .

8.2. Sejam P e Q pontos tais que:

- P pertence ao plano ABC ;
- Q pertence ao plano DEF .

a) Indica a posição da reta PQ em relação ao plano ABC .

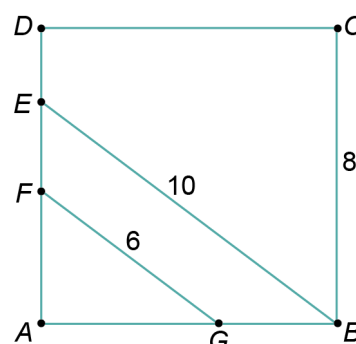
b) Qual dos seguintes valores **não** pode representar a distância, em cm, entre os pontos P e Q ?

- (A) 15,7 (B) 10 (C) 57 (D) 9,8

9. Na figura está representado um quadrado $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- $\overline{BC} = 8$
- $\overline{BE} = 10$
- $\overline{FG} = 6$



9.1. O trapézio $[BCDE]$ é uma das bases de um prisma reto em que a medida da altura é 5.

Determina o volume desse prisma.

9.2. Considera os triângulos $[AGF]$ e $[ABE]$.

Justifica que os triângulos são semelhantes e determina \overline{AF} .

FIM (Caderno 2)

Item							
Cotações (em pontos)							
6.	7.	8.1.	8.2.a)	8.2.b)	9.1.	9.2.	Total
8	10	8	6	8	10	10	60

Caderno 1:

(É permitido o uso de calculadora.)

O teste é constituído por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica, de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

O teste inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\frac{\textit{Diagonal maior} \times \textit{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\textit{Base maior} + \textit{Base menor}}{2} \times \textit{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Pirâmide e cone: $\frac{\textit{Área da base} \times \textit{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. A diagonal $[AC]$ do quadrado é diâmetro da circunferência.

Assim, $\overline{AC} = 6$ cm.

Seja x a medida do lado do quadrado.

$$x^2 + x^2 = 6^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 36 \Leftrightarrow x^2 = 18$$

Daqui resulta que $x = \sqrt{18}$.

Comprimento da circunferência: $2\pi r = 6\pi$

Perímetro do quadrado: $4\sqrt{18}$

Diferença entre o comprimento da circunferência e o perímetro do quadrado:

$$6\pi - 4\sqrt{18} \text{ (valor exato)}$$

Valor arredondado às centésimas: 1,88

Resposta: Valor exato: $6\pi - 4\sqrt{18}$. Valor arredondado às centésimas: 1,88

$$2. \quad 9 - \pi x < 2 \Leftrightarrow -\pi x < -7 \Leftrightarrow x > \frac{7}{\pi}$$

$$2x - \sqrt{7} \leq 9 \Leftrightarrow x \geq \frac{9 + \sqrt{7}}{2}$$

Como $\frac{7}{\pi} \approx 2,23$ e $\frac{9 + \sqrt{7}}{2} \approx 5,82$, os números naturais que pertencem ao conjunto

$A \cap B$ são: 3, 4 e 5.

Como $3 + 4 + 5 = 12$, a opção correta é a (A).

Resposta: Opção correta (A) 12

3. A distância entre as retas r e s é igual à altura do triângulo $[ABC]$ em relação ao lado $[BC]$.

Seja h essa altura.

$$h^2 + 4^2 = 8^2$$

Assim, tem-se, $h^2 = 64 - 16 \Leftrightarrow h^2 = 48$. Daqui resulta que $h = \sqrt{48}$.

$h \approx 6,9$.

Resposta: A distância entre as retas r e s , arredondada às décimas, é 6,9.

4. $\overline{AB} = \sqrt{144} = 12$

Seja h a altura da pirâmide $[EFGHV]$.

Sabe-se que o volume do sólido é 1968 cm^3 .

Assim, tem-se que a soma dos volumes do cubo e da pirâmide é igual a 1968 cm^3 .

$$12^3 + \frac{1}{3} \times 144 \times h = 1968 \Leftrightarrow \frac{144h}{3} = 240 \Leftrightarrow h = 5$$

Assim a distância do vértice V ao plano ABC é dada por $12 + 5$, ou seja, 17 .

Resposta: A distância de V ao plano ABC é 17 cm .

5. O diâmetro da base é 10 cm e o raio da base é 5 cm .

A área da base é dada por πr^2 , ou seja, $25\pi \text{ cm}^2$.

O volume do cilindro é dado por $25\pi \times 20$, ou seja, $500\pi \text{ cm}^3$.

$$500\pi \approx 1570,8$$

Resposta: A opção correta é **(C)** $1570,8$

FIM (Caderno 1)

Item					
Cotações (em pontos)					
1.	2.	3.	4.	5.	Total
8	8	8	8	8	40

Caderno 2:

(Não é permitido o uso de calculadora.)

6. A medida do raio do círculo é igual a $r = \frac{\sqrt{12}}{2}$.

A medida da área é dada por πr^2 .

$$\pi r^2 = \pi \times \left(\frac{\sqrt{12}}{2} \right)^2 = \frac{12\pi}{4} = 3\pi$$

Resposta: Opção correta é (B) 3π .

$$7. \frac{x+2}{4} \geq x \Leftrightarrow x+2 \geq 4x \Leftrightarrow 2 \geq 3x \Leftrightarrow x \leq \frac{2}{3}$$

$$A = \left] -\infty, \frac{2}{3} \right]$$

$$(x-2)^2 < x(x+2) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 < x^2 + 2x \Leftrightarrow -6x < -4 \Leftrightarrow x > \frac{4}{6} \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$$

$$B = \left] \frac{2}{3}, +\infty \right[$$

$$A \cup B = \left] -\infty, \frac{2}{3} \right] \cup \left] \frac{2}{3}, +\infty \right[= \mathbb{R}$$

8.1. Sabe-se que o volume do prisma é igual ao produto da área da base pela altura.

Assim, a área de cada uma das bases é igual a $1500 : 10 = 150$

A área de cada uma das bases é igual a 150 cm^2 .

A soma das medidas das áreas das bases, em cm^2 , é igual a 300.

Resposta: A soma das medidas das áreas das bases, em cm^2 , é 300.

8.2.

a) A reta PQ é secante (ou concorrente) em relação ao plano ABC .

b) A distância entre os planos ABC e DEF é 10 cm. Assim, a distância entre quaisquer dois pontos, um de cada plano, é sempre maior ou igual a 10 cm.

Assim, a distância entre P e Q não pode ser igual a 9,8 cm.

Resposta: Opção correta (D) 9,8.

9.1. $(\overline{AE})^2 + 8^2 = 10^2 \Leftrightarrow (\overline{AE})^2 = 36$

Daqui resulta que: $\overline{AE} = 6$ e $\overline{ED} = 8 - 6 = 2$

Área do trapézio [BCDE]: $\frac{\overline{DE} + \overline{BC}}{2} \times \overline{CD} = \frac{2 + 8}{2} \times 8 = 40$

Volume do prisma em que a base é o trapézio [BCDE] e a altura é 5:
 $40 \times 5 = 200$ (produto da área da base pela altura).

Resposta: O volume do prisma é igual a 200 (unidades de volumes).

9.2. Os triângulos [AGF] e [ABE] são semelhantes, basta atender a que:
 $\hat{G}\hat{A}\hat{F} = \hat{B}\hat{A}\hat{E}$ (ângulos retos) e $\hat{E}\hat{B}\hat{A} = \hat{F}\hat{G}\hat{A}$ (ângulos de lados diretamente paralelos).
 Como os dois triângulos têm dois ângulos iguais, conclui-se que são semelhantes.

Sendo os triângulos semelhantes, tem-se: $\frac{\overline{BE}}{\overline{GF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AF}}$

$\frac{10}{6} = \frac{8}{\overline{AG}} = \frac{6}{\overline{AF}}$. Daqui resulta que, $\overline{AF} = \frac{6 \times 6}{10} = 3,6$.

Resposta: $\overline{AF} = 3,6$

FIM (Caderno 2)

Item							
Cotações (em pontos)							
6.	7.	8.1.	8.2.a)	8.2.b)	9.1.	9.2.	Total
8	10	8	6	8	10	10	60