



www.esffranco.edu.pt

(2024/2025)

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 16

1.º Período

27/11/2024

Duração: 90 minutos

Nome: _____

N.º: _____

Classificação:

O professor: _____

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleccione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere o conjunto finito E , espaço amostral associado a uma experiência aleatória. Considere também dois acontecimentos A e B ($A \subset E$ e $B \subset E$). Sabe-se que:

- A e B são acontecimentos independentes;
- $P(A) = \frac{3}{10}$;
- $P(A \cap B) = \frac{1}{10}$.

Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

(A) $\frac{7}{15}$

(B) $\frac{8}{15}$

(C) $\frac{3}{20}$

(D) $\frac{11}{20}$

Roberto Oliveira

Exercícios
de
MATEMÁTICA A
para preparar o
Exame Nacional de
2024
(inclui **3 provas modelo**)

Contém:
** mais de 300 itens originais de Matemática A
** 3 provas modelo originais de Matemática A
** resolução de TODOS os exercícios

2. 2.1. Seja E , conjunto finito, o espaço amostral associado a uma experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset E$ e $B \subset E$).

Sabe-se que $P(A \cup B) = 2P(B)$.

Mostre que $\frac{P(\bar{A}) \times P(\bar{B} | \bar{A}) + 2P(B) - P(A)}{P(\bar{A})} = 1$.

- 2.2. Um grupo de professores vai viajar na pausa de Natal.

Em relação a esses professores, sabe-se que:

- 40% são de Matemática;
- 76% são casados (e os restantes são solteiros);
- 80% são casados ou são de Matemática.

Escolhe-se, ao acaso, um dos professores solteiros do grupo.

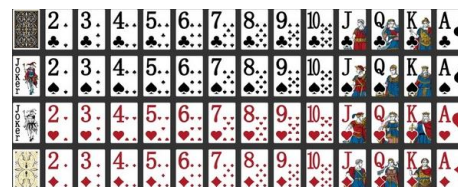
Determine a probabilidade de ele não ser professor de Matemática.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade referida em 2.1.. Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B , no contexto da situação apresentada.



3. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, sendo treze cartas de cada um de quatro naipes: espadas, paus, copas e ouros. Além disso, no baralho há doze figuras, três de cada naipe. Extraem-se, ao acaso, duas cartas do baralho. Considere os acontecimentos seguintes.



- C_1 : «A primeira carta é de copas.»;
 C_2 : «A segunda carta é de copas.»;
 F_2 : «A segunda carta é uma figura.».

Determine, sem recorrer à fórmula da probabilidade condicionada, o valor de $P((F_2 \cap \bar{C}_2) | C_1)$.

Na sua resposta, interprete o significado de $P((F_2 \cap \bar{C}_2) | C_1)$, tendo em conta o contexto descrito.

4. Dos participantes de uma cimeira sobre as perspetivas futuras da economia, foi possível concluir que 70% são estrangeiros (e os restantes são portugueses).

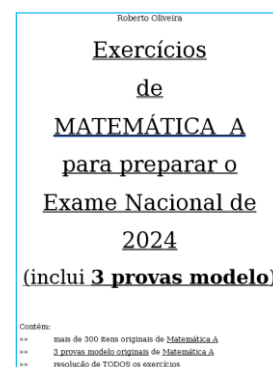
Admita que há n participantes nesse encontro.

Para uma certa conferência, vão entrar numa sala duas pessoas, uma de cada vez.

Sabendo que a probabilidade de ambos serem portugueses é igual a $\frac{3}{35}$, determine n .

Para resolver este problema, percorra as seguintes etapas:

- equacione o problema;
- resolva a equação.



5. Considere a função g , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $g(x) = \frac{\sqrt{2024x}}{x+2024}$.

5.1. Quanto a assíntotas horizontais do gráfico de g , conclui-se que:

- (A) Existe apenas uma, de equação $y = 2024$; (B) Existe apenas uma, de equação $y = 0$;
 (C) Existem duas, de equações $y = 0$ e $y = 2024$; (D) Não existem.

5.2. Quanto às assíntotas verticais do gráfico de g , conclui-se que:

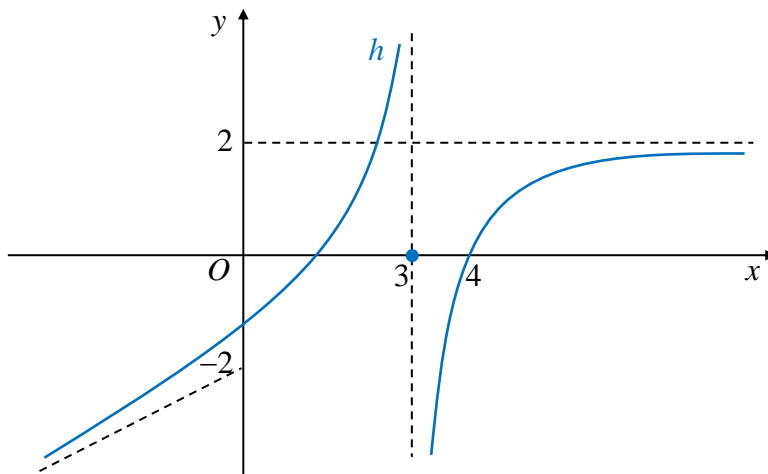
- (A) Não existem; (B) Existe apenas uma, de equação $x = 0$;
 (C) Existem duas, de equações $x = 0$ e $x = -2024$; (D) Existe apenas uma, de equação $x = -2024$;

6. Para um certo número real positivo a , é contínua em \mathbb{R}^+ a função f definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } 0 < x < a \\ \frac{27}{x} & \text{se } x \geq a \end{cases}$.

Qual é o valor de a ?

- (A) 3 (B) $\frac{13}{4}$ (C) $\frac{27}{2}$ (D) $\sqrt{27}$

7. Considere, na figura, o gráfico da função h , de domínio \mathbb{R} , juntamente com as suas três assíntotas, uma vertical, uma horizontal e uma oblíqua.



Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com as condições dadas.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

Quando $x \rightarrow -\infty$, o gráfico de h tem uma assíntota cuja equação pode ser **I**.

Quando $x \rightarrow +\infty$, o gráfico de h tem uma assíntota de equação **II**, pelo que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x}$ é **III**.

Quanto ao valor de $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{h(x)}$, **IV**.

I	II	III	IV
a) $y = \frac{x}{2} + 2$	a) $y = -2$	a) -2	a) é igual a 0;
b) $y = -\frac{x}{2} - 2$	b) $y = 2$	b) 0	b) é igual a $+\infty$;
c) $y = \frac{x}{2} - 2$	c) $x = 3$	c) 2	c) não existe.

8. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = x^4 - 3x^3 + 6$.

Recorrendo à calculadora gráfica, determine a área do triângulo $[ABC]$, onde se sabe que:

- A e B são os pontos de interseção entre o gráfico de f e o eixo Ox ;
- C é o ponto do gráfico de f de ordenada mínima.

Na sua resposta, deve:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificados;
- indicar as coordenadas dos pontos A , B e C com, em caso de aproximações, duas casas decimais;
- determinar o valor pedido, arredondado às décimas.

9. Seja k um número real não nulo e considere a função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2+5x-3x^2}{2x^2-8} & \text{se } x < 2 \\ k & \text{se } x = 2 \\ \frac{\sqrt{x+2}-2}{2-x} & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos), resolva as alíneas seguintes.

9.1. Mostre que não existe nenhum valor real k para o qual a função f seja contínua em $x = 2$.

9.2. Quando $x \rightarrow -\infty$, o gráfico de f admite uma assíntota não vertical.

Determine uma equação dessa assíntota.

Roberto Oliveira

Exercícios

de

MATEMÁTICA A

para preparar o

Exame Nacional de

2024

(inclui **3 provas modelo**)

Contém:

** mais de 300 testes originais de Matemática A

** 3 provas modelo originais de Matemática A

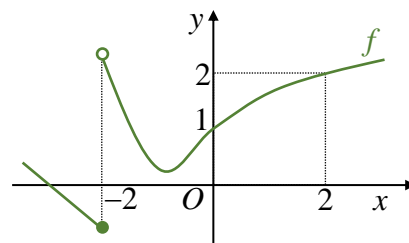
** resolução de TODOS os exercícios

10. Considere a função g , de domínio $]1, +\infty[$, definida por $g(x) = \frac{1-4x}{\sqrt{9x^2-9}}$.

Sem usar a calculadora, estude o gráfico de g quanto à existência de assíntota(s) paralela(s) ao eixo Ox e, caso exista(m), escreva a(s) sua(s) equação(ões).

11. Observe o gráfico da função f , de domínio \mathbb{R} , da figura ao lado e considere as seguintes proposições.

- (i) O teorema de Bolzano-Cauchy permite garantir que a equação $f(x) = 1,2$ é possível no intervalo $]0, 2[$.
- (ii) $f(-2) \times f(2) < 0$ mas a função f não tem nenhum zero em $] -2, 2[$, o que contraria o teorema de Bolzano-Cauchy.



Pode concluir-se que:

- (A) ambas as proposições são verdadeiras;
- (B) ambas as proposições são falsas;
- (C) apenas é verdadeira a proposição (i);
- (D) apenas é verdadeira a proposição (ii).

12. Considere duas funções f e g , ambas de domínio \mathbb{R}^+ .

Sabe-se que:

- a reta de equação $y = -4x$ é uma assíntota ao gráfico de f ;
- $g(x) = \frac{x^2+1}{(f(x))^2 + \cos(3x) - 2x^2}$.

O gráfico de g tem uma assíntota horizontal.

Determine a sua equação.

Roberto Oliveira

Exercícios

de

MATEMÁTICA A

para preparar o

Exame Nacional de

2024

(inclui 3 provas modelo)

Contém:

** mais de 300 temas originais de Matemática A

** 3 provas modelo originais de Matemática A

** resolução de TODOS os exercícios

FIM

COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.1.	5.2.	6.	7.	8.	9.1.	9.2.	10.	11.	12.	
8	16	16	16	16	8	8	8	16	16	16	16	16	8	16	200