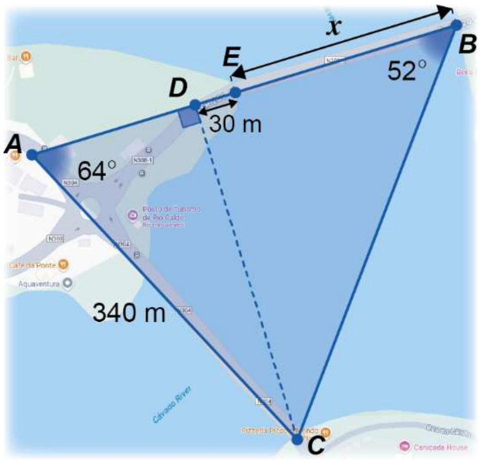
1. Considere-se que o comprimento da ponte, representada por $[EB]$, é dado por x.



$$\sin 64° = \frac{\overline{CD}}{340} \Leftrightarrow \overline{CD} = 340 \sin 64°$$

$$\tan 52° = \frac{\overline{CD}}{x+30} \Leftrightarrow \tan 52° = \frac{340 \sin 64°}{x+30} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{340 \sin 64°}{\tan 52°} - 30$$

Conclui-se que $x \approx 209$.

A ponte representada por $[EB]$ mede, aproximadamente,209 metros.

2. Opção **(C)**, pois $\sin(\pi+\alpha) = -\sin\alpha$ e $\sin\alpha = \sqrt{1-\left(-\frac{5}{13}\right)^2} = \frac{12}{13}$ (pois $\alpha \in 2.º$ quadrante)

3.1. Opção **(B)**

3.2. Opção **(B)**

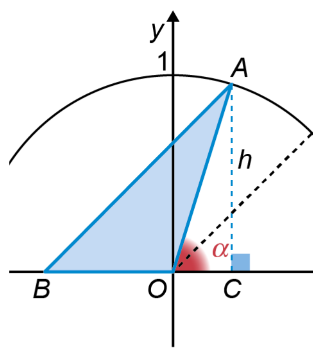
4. $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin\alpha = -\frac{2}{3}$. Como $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[$, conclui-se que $\alpha \in 3.º\text{Q}$.

Como $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ e $\alpha \in 3.º\text{Q}$, resulta que $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Assim:

$$\sin\left(\frac{5\pi}{2}-\alpha\right) - \tan(-\alpha) \times \frac{5}{\cos(\pi+\alpha)} = \cos\alpha + \tan\alpha \times \frac{5}{-\cos\alpha} = -\frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 3\sqrt{5} = -\frac{\sqrt{5}}{3} + 6$$

5.1. Área do triângulo $[OAB]$: $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{\overline{OB} \times \sin\alpha}{2}$



A reta *AB* é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares, logo

$O\hat{B}A = \frac{\pi}{4}$.

Considerando o ponto C como o ponto do eixo Ox com a mesma abcissa do ponto A, o triângulo $[CBA]$ é isósceles, ou seja:

$$\overline{BC} = \overline{CA} \Leftrightarrow \overline{OB} + \cos\alpha = \sin\alpha \Leftrightarrow \overline{OB} = \sin\alpha - \cos\alpha$$

Assim:

$$A = \frac{(\sin\alpha - \cos\alpha) \times \sin\alpha}{2} = \frac{\sin^2\alpha - \cos\alpha \times \sin\alpha}{2}$$

5.2. Para $\alpha = \frac{\pi}{3}$ tem-se: $A = \dfrac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \dfrac{3-\sqrt{3}}{8}$

6. Desenvolvendo o 2.º membro, obtém-se:

$$\frac{2\sin x \times \cos x}{1+\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{2\sin x \times \cos x}{\cos^2 x + \cos^2 x} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

7.1. $f(t) = a \times \sin(bt + c) + d$, sendo *a*, *b*, *c* e *d* números reais, com $a > 0$ e $b \neq 0$

O contradomínio das funções da família de f é dado por $[-a+d, a+d]$.

O mínimo da função é 0,9 e o máximo é 3,3.

Então, $d - a = 0{,}9 \wedge d + a = 3{,}3$. Daqui resulta que: $a = 1{,}2 \wedge d = 2{,}1$

$f(t) = 1{,}2\sin(b \times t + c) + 2{,}1$

O período positivo mínimo da função é $\frac{2\pi}{b}$. Neste caso, $\frac{2\pi}{b} = 2(13-7) \Leftrightarrow b = \frac{\pi}{6}$.

$f(t) = 1{,}2\sin\left(\frac{\pi t}{6} + c\right) + 2{,}1$

Sabe-se que $f(13) = 0{,}9$. Então:

$f(13) = 0{,}9 \Leftrightarrow 1{,}2\sin\left(\frac{13\pi}{6} + c\right) + 2{,}1 = 0{,}9 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{13\pi}{6} + c\right) = -1$

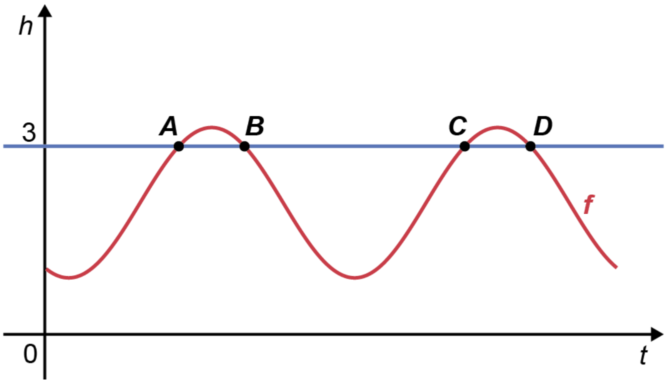
Por exemplo, $\frac{13\pi}{6} + c = \frac{3\pi}{2}$, ou seja, $c = -\frac{2\pi}{3}$.

$f(t) = 1{,}2\sin\left(\frac{\pi t}{6} - \frac{2\pi}{3}\right) + 2{,}1$

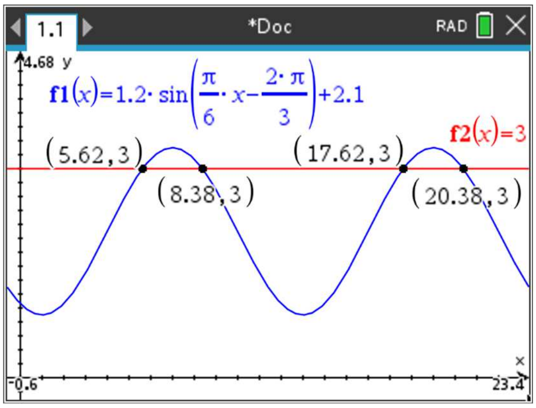
7.2. **a)** Opção **(C)**

b) Condição: $f(t) \geq 3 \Leftrightarrow 1{,}2 \times \sin\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{2\pi}{3}\right) + 2{,}1 \geq 3$

Graficamente:



Com a calculadora gráfica:



Coordenadas dos pontos:

$A(5{,}62;\,3)$

$B(8{,}38;\,3)$

$C(17{,}62;\,3)$

$D(20{,}38;\,3)$

O tempo em que a maré foi superior a 3 metros, durante o dia 4 de outubro, foi:

$(8{,}38-5{,}62)+(20{,}38-17{,}62)=5{,}52$

$0{,}52\times 60=31{,}2$

$5{,}52$ corresponde, aproximadamente, a $5\,\text{h}\ 31\,\text{min}$.

No dia 4 de outubro, a altura da maré foi superior a 3 metros durante 5 horas e 31 minutos.