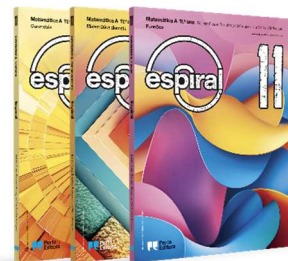


Espiral 11 – Matemática A, 11.º ano

Apoio à avaliação [novembro – 2025]

Nome: _____

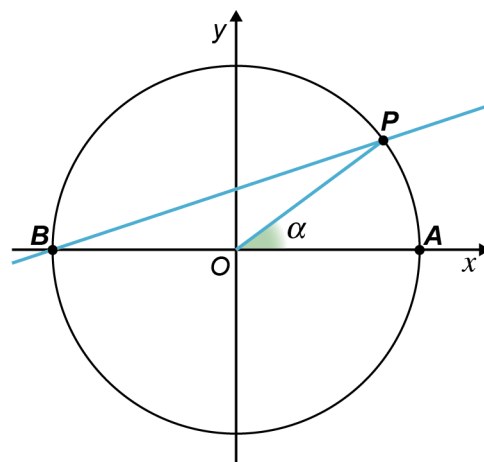
Ano / Turma: _____ N.º: _____ Data: ____ - ____ - ____



1. Na figura ao lado estão representadas, num referencial ortonormado, a circunferência trigonométrica e a reta BP .

Sabe-se que:

- os pontos A e B pertencem ao eixo das abcissas, sendo $[AB]$ um diâmetro da circunferência;
- o ponto P é um ponto da circunferência;
- $\widehat{AOP} = \alpha$, com $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$



- 1.1. Considera $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

Qual das opções representa o declive da reta BP ?

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

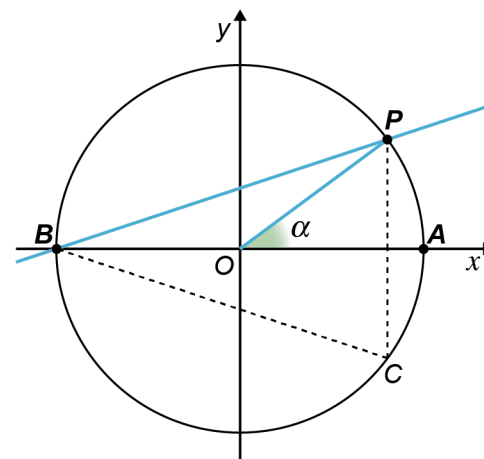
(C) $\sqrt{3}$

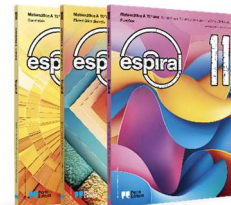
(D) $\frac{1}{3}$

- 1.2. Na figura, o ponto C pertencente à circunferência e é imagem de P pela reflexão de eixo Ox .

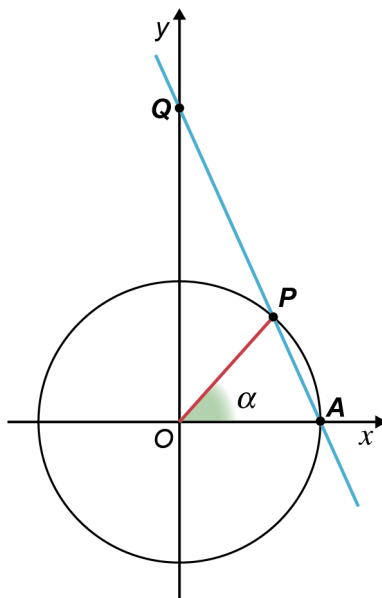
Mostra que o perímetro p do triângulo $[BCP]$, em função de α pode ser dado pela expressão:

$$p(\alpha) = 2(\sin \alpha + \sqrt{2 + 2\cos \alpha})$$





1.3. Na figura está representada a reta AP e intersesta o eixo Oy no ponto Q .



a) Mostra que as coordenadas do ponto Q , em função de α , são dadas por

$$\left(0, \frac{1}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right).$$

Sugestão: começa por identificar, em função de α , a inclinação da reta AP .

b) Determina a ordenada de Q , arredondada às centésimas, se $\alpha = \frac{2\pi}{5}$.

2. Seja f uma função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$f(x) = a - 3 \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right), \text{ com } a \in \mathbb{R}$$

2.1. Determina o valor de a no caso de $D_f' = [-5, 1]$.

2.2. Considera $a = 0$. Apenas uma das seguintes opções é falsa. Identifica-a.

(A) $-\frac{\pi}{8}$ é zero da função.

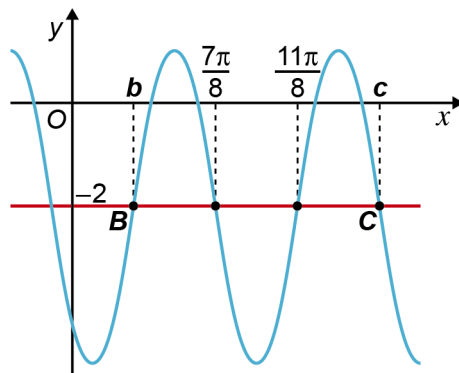
(B) $f\left(-\frac{7\pi}{8}\right)$ é mínimo da função.

(C) $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ é máximo da função.

(D) $\frac{7\pi}{8}$ é zero da função.

2.3. Mostra que a função f é periódica de período π .

2.4. Na figura está parte da representação gráfica da função f , considerando $a = -2$.



Como sugerido na figura, o gráfico da função f intersesta a reta de equação $y = -2$ nos pontos B e C , de abcissas b e c , respetivamente, e nos pontos de abcissas $\frac{7\pi}{8}$ e $\frac{11\pi}{8}$.

Quais são os valores de b e c ?

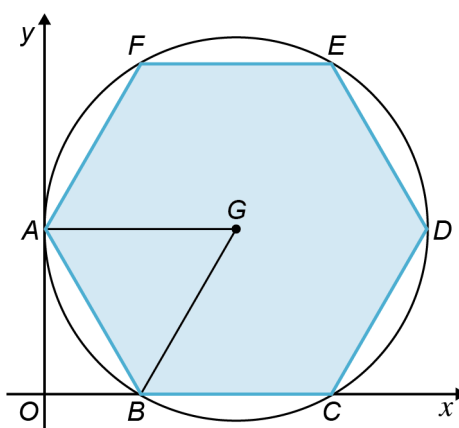
(A) $b = \frac{2\pi}{8} \wedge c = \frac{16\pi}{8}$

(B) $b = \frac{4\pi}{8} \wedge c = \frac{14\pi}{8}$

(C) $b = \frac{5\pi}{8} \wedge c = \frac{13\pi}{8}$

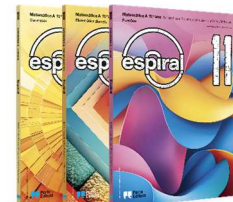
(D) $b = \frac{3\pi}{8} \wedge c = \frac{15\pi}{8}$

3. Na figura estão representados, num referencial cartesiano ortonormado, uma circunferência de centro no ponto G e raio 6 e o hexágono $[ABCDEF]$ inscrito na circunferência.

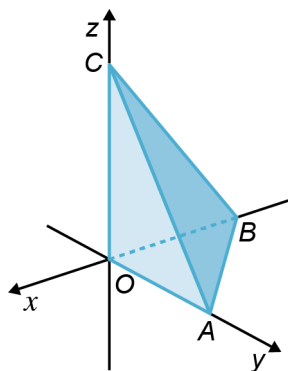


3.1. Determina o valor do produto escalar $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{EF}$.

3.2. Mostra que a área do hexágono $[ABCDEF]$ é igual a $3\sqrt{3}\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB}$.



4. Na figura está representada, num referencial ortonormado $Oxyz$, uma pirâmide triangular $[OABC]$.



Sabe-se que:

- os pontos A , B e C pertencem, respetivamente, aos eixos Oy , Ox e Oz ;
- o triângulo $[AOB]$ é isósceles e o ponto A tem coordenadas $(0,4,0)$;
- a reta r é definida pela equação vetorial: $(x,y,z) = \left(1, 3, -\frac{3}{4}\right) + k \times \left(2, -2, -\frac{3}{2}\right)$, $k \in \mathbb{R}$

4.1. Mostra que o ponto A pertence à reta r .

4.2. Sabe-se que a reta r é perpendicular ao plano ABC .

Mostra que o plano ABC pode ser definido por $-4x + 4y + 3z = 16$.

4.3. Atendendo ao resultado obtido em 4.2., calcula o volume da pirâmide $[OABC]$.

FIM

Cotações

Questões	1.1.	1.2.	1.3. a)	1.3. b)	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	3.1.	3.2.	4.1.	4.2.	4.3.	Total
Cotação (pontos)	12	16	18	16	16	12	18	12	12	16	16	18	18	200