

Teste N.º 2

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

11.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Sejam α e β dois ângulos tais que:

- $\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$
- $\alpha \in \left] \pi, \frac{3\pi}{2} \right[$
- $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

Em qual das seguintes opções se encontra o valor de $\cos \beta - \sin \beta$?

- (A) $\frac{2-\sqrt{5}}{3}$ (B) $\frac{-2+\sqrt{5}}{3}$ (C) $\frac{2+\sqrt{5}}{3}$ (D) $-\frac{2+\sqrt{5}}{3}$

2. Considere uma função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = a^2 + 2 - b \cos^2 \left(3x - \frac{\pi}{7} \right)$, com $a, b \in \mathbb{R}^+$ e $b - a < 4$. Sabe-se que o contradomínio de f é o intervalo $[-a, 3a]$.

Recorrendo a processos exclusivamente analíticos, determine os valores de a e de b .

3. Numa adega, a temperatura da sala de envelhecimento das barricas é monitorizada durante o dia. Admita que, durante um período de 8 horas, a temperatura ambiente T , em graus Celsius, x horas após as 8, é dada, aproximadamente, por:

$$T(x) = 20 - 3 \cos(0,6x + 0,4), 0 \leq x \leq 8$$

onde o argumento da função cosseno está em radianos.

Sabe-se que existe um instante x tal que, passadas 2 horas, a temperatura ambiente diminuiu $1,5^\circ\text{C}$.

Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determine a hora desse dia, após as 8 horas, em que tal aconteceu.

Apresente o resultado em horas e em minutos (os minutos arredondados às unidades).

Na sua resposta:

- reproduza, na folha de resposta, o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- apresente a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) relevante(s), arredondada(s) às centésimas.

4. Sejam $\vec{u}$ e $\vec{v}$ dois vetores tais que:

- $\|\vec{u}\| = 2\sqrt{3}$
- $\|\vec{v}\| = 4$
- $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{5\pi}{6}$

Determine, sem recorrer à calculadora, o valor de $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot \left(\frac{\vec{u}}{2} - \vec{v} \right)$.

5. Considere num referencial o.n. Oxy :

- a circunferência C de centro no ponto C definida pela equação $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 10$;
- o ponto A , pertencente à circunferência C , de abscissa positiva e ordenada nula;
- o ponto B , tal que $[AB]$ é um diâmetro da circunferência C ;
- o ponto D , de coordenadas $(-4, -3)$;
- a reta r , da qual se sabe que, sendo α a sua inclinação, $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$;
- a reta s de equação $(x, y) = (-5, 2) + k(-1, -1), k \in \mathbb{R}$.

5.1 Escreva uma equação vetorial da reta tangente à circunferência no ponto B .

5.2 Seja t a reta paralela à reta r e que passa na origem.

Qual é a equação reduzida da reta t ?

- (A) $y = -2\sqrt{2}x$ (B) $y = 2\sqrt{2}x$ (C) $y = -\frac{\sqrt{2}}{4}x$ (D) $y = \frac{\sqrt{2}}{4}x$

5.3 Determine a distância do ponto D , de coordenadas $(-4, -3)$, à reta s .

6. Considere, num referencial o.n. Oxy , a reta r de equação $x - y - 6 = 0$, e os pontos A e B , de coordenadas $(4, -3)$ e $(-1, 2)$, respetivamente. Seja R o ponto da reta r , de abscissa inferior à abscissa do ponto A , tal que os vetores $\overrightarrow{RA}$ e $\overrightarrow{RB}$ são perpendiculares.

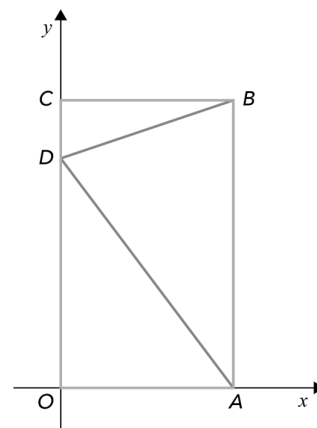
Qual é a área do triângulo $[ARB]$?

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{15}{2}$ (D) $\frac{45}{2}$

7. Na figura estão representados, num referencial o.n. Oxy , o retângulo $[OABC]$ e os segmentos de reta $[DB]$ e $[DA]$.

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao semieixo positivo Ox ;
- o ponto C pertence ao semieixo positivo Oy ;
- o ponto D pertence ao segmento de reta $[OC]$;
- $\overline{OA} = 6$ e $\overline{OC} = 10$;
- $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DA} = 20$;
- $\overline{OD} > \overline{DC}$.



Escreva a equação reduzida da circunferência tangente ao eixo Ox e de centro no ponto D .

8. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, o plano α de equação $6x - 4y + 5z + 3 = 0$ e o ponto A de coordenadas $(1, 0, 2)$.

Seja B o ponto de coordenadas $(k + 1, 2k + 1, 7 - k)$, sendo k um certo número real.

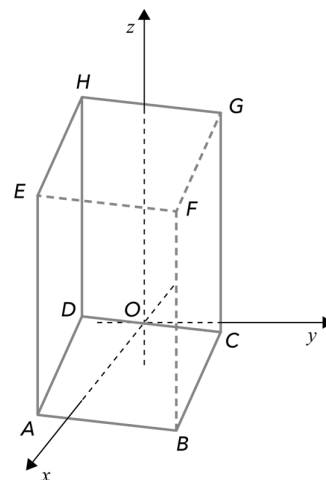
Qual é o valor de k para o qual a reta AB é paralela ao plano α ?

- (A) -3 (B) 3 (C) -8 (D) 8

9. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma reto $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- uma equação vetorial da reta AE é
 $(x, y, z) = (6, -1, 3) + k\left(1, \frac{3}{2}, 3\right), k \in \mathbb{R};$
- o ponto B tem coordenadas $(1, 2, -5)$;
- o plano EFG é definido pela equação $2x + 3y + 6z - 125 = 0$.



9.1 Qual das seguintes equações vetoriais define a reta que passa no ponto B e que é paralela à reta AE ?

- (A) $(x, y, z) = (-2, 0, -5) + k(2, 3, 6), k \in \mathbb{R}$
 (B) $(x, y, z) = (4, 0, 5) + k(-3, 2, 0), k \in \mathbb{R}$
 (C) $(x, y, z) = (3, 5, 1) + k(2, 3, 6), k \in \mathbb{R}$
 (D) $(x, y, z) = (-1, -1, 1) + k(-3, 2, 0), k \in \mathbb{R}$

9.2 Seja I o ponto da reta AE cuja abscissa é igual à sua ordenada.

Determine uma equação do plano perpendicular à reta OI e que passa no ponto B .

Apresente essa equação na forma $ax + by + cz + d = 0$.

9.3 Resolva este item sem recorrer à calculadora, a não ser para efetuar eventuais cálculos numéricos. Determine a amplitude do ângulo AOB . Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	2.	3.	4.	5.1	5.2	5.3	6.	7.	8.	9.1	9.2	9.3	Total
10	18	20	18	18	10	18	10	20	10	10	18	20	200