



www.esffranco.edu.pt

(2024/2025)

4.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 16

2.º Período

19/03/2025

Duração: 90 minutos

Nome: _____

N.º: _____

Classificação:

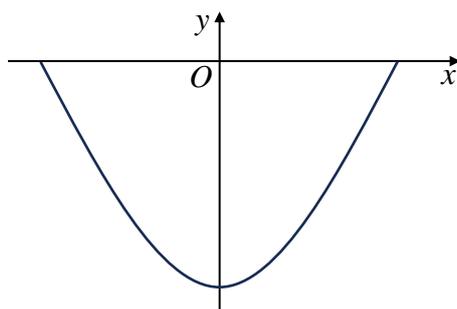
O professor: _____

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleccione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

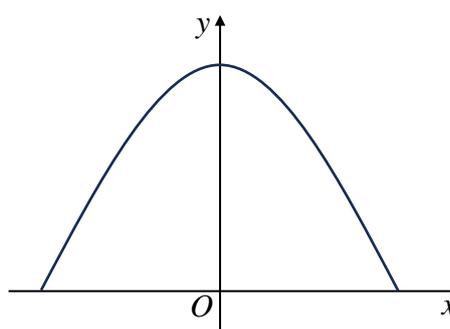
Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere a função g , de domínio $[-3\pi, 3\pi]$, tal que a sua primeira derivada está definida por $g'(x) = \sin\left(\frac{x}{6}\right)$. Em qual das opções seguintes pode estar representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função g ?

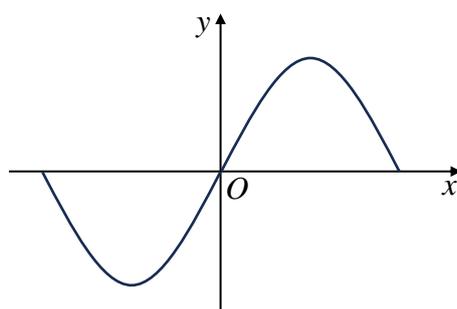
(A)



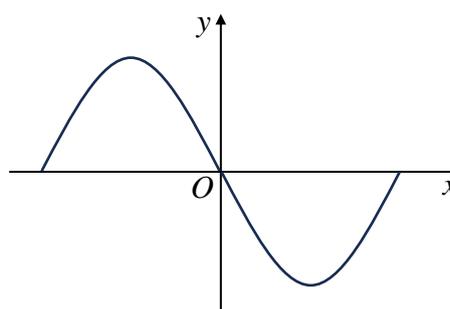
(B)



(C)



(D)



Roberto Oliveira

Exercícios
de
MATEMÁTICA A
para preparar o
Exame Nacional de
2024
(inclui **3 provas modelo**)

Contém:
++ mais de 300 temas originais de Matemática A
++ 3 provas modelo originais de Matemática A
++ resolução de TODOS os exercícios

2. Sejam k um número real não nulo e h a função, de domínio $\left] \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right[$, definida por $h(x) = k \operatorname{tg}^4(3x)$. Sabe-se que a reta tangente ao gráfico de h em $x = \frac{\pi}{4}$ é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares. Determine, sem usar a calculadora, o valor de k .

3. Considere a função f , de domínio $]-\frac{\pi}{2}, 0[$, definida por $f(x) = x^2 - \cos(2x)$.

Mostre que $f''(x) = 2 + 4\cos(2x)$ e estude a função f quanto à existência de pontos de inflexão do seu gráfico, indicando as suas abcissas, caso existam.

4. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x+3} + 2x + 5}{x^2 + 3x} & \text{se } x < -3 \\ 2 + \frac{2x^2 - 21}{e^{x+3}} & \text{se } x \geq -3 \end{cases}$.

Sem usar a calculadora, resolva as alíneas seguintes.

4.1. Estude a continuidade da função f em $x = -3$.

4.2. Estude o gráfico de f quanto à existência de assíntota horizontal em $+\infty$ e, caso exista, indique a sua equação.

5. Considere:

- a função g , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $g(x) = \ln x$;
- a sucessão (v_n) , definida por $v_n = \left(1 + \frac{2}{3n+1}\right)^{3-n^2}$.

5.1. Pode afirmar-se que $\lim g(v_n)$:

- (A) É igual a $-\infty$; (B) É igual a $+\infty$; (C) É igual a 0; (D) Não existe.

5.2. Resolva este item sem recorrer à calculadora, exceto em eventuais cálculos numéricos.

Mostre, recorrendo ao teorema de Bolzano-Cauchy, que existe, pelo menos, um ponto do gráfico de g cuja ordenada é igual ao simétrico da abcissa, no intervalo $]e^{-2}, 1[$.

6. Uma rádio local fez uma emissão especial comemorativa do 25 de Abril de 1974, durante o dia 25 de abril de 2024. A emissão começou às 0 horas desse dia e durou 24 horas.

Admita que o número, N , em milhares, de ouvintes da rádio ao longo da emissão especial é dado, aproximadamente, por

$$N(t) = 8,04 - (0,1t - 1,4)^2 \times e^{0,8 - 0,05t}, \text{ com } 0 \leq t \leq 24$$

em que t é o tempo, em horas, decorrido desde o início da emissão especial.

6.1. Entre as 8h e as 10h 30min, a rádio transmitiu em direto as comemorações que decorreram numa praça dessa localidade. Neste período de tempo, houve um aumento de, aproximadamente:

- (A) 528 ouvintes; (B) 535 ouvintes; (C) 353 ouvintes; (D) 376 ouvintes.

6.2. Durante esta emissão especial, foi transmitido um programa de variedades em que participaram vários artistas.

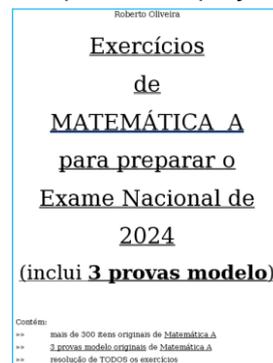
Durante a emissão desse programa, o número de ouvintes foi sempre superior a 7500.

A emissão do programa pode ter durado 15 horas?

Responda à questão recorrendo às capacidades gráficas da calculadora.

Na sua resposta:

- apresente uma condição que lhe permita resolver o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a condição, e apresente a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) relevante(s) arredondada(s) às milésimas.



7. Sem recorrer à calculadora, resolva, em \mathbb{R} , as condições seguintes.

7.1. $e^{3x+1} - e^{3x+2} = 7e(1-e)$

7.2. $5 \times 3^{4x} - 18 \times 3^{2x} \leq 8$

8. Considere a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = \ln(5e^x + 1)$.

Qual das expressões seguintes pode ser a expressão analítica da função g^{-1} , função inversa de g ?

(A) $\ln\left(\frac{e^x - 1}{5}\right)$ (B) $\ln\left(\frac{1 - e^x}{5}\right)$ (C) $\frac{\ln(e^x - 1)}{5}$ (D) $\frac{\ln(1 - e^x)}{5}$

9. Seja a um número real superior a 1.

Qual é o valor de $\log_a(8^{\ln a})$?

(A) $8 \ln a$ (B) $3 \ln 2$ (C) $8 \ln 2$ (D) $3 \ln a$

10. Considere a função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = \log_a x$, com $a > 1$.

10.1. Complete o texto seguinte, seleccionando a opção correta para cada espaço, de acordo com as condições dadas.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, I, II, III e IV, seguido da opção, a), b) ou c), seleccionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

O valor de $f(a\sqrt{a})$ é I e, se $f(x) = 3 \ln a$, o valor de b é II.

Se $a = 81$, então, para $n \in \mathbb{Q}$, $f(9^n)$ é igual a III.

Para um certo número real b , se $f(2b + 7) = 0$, então o valor de b é IV.

I	II	III	IV
a) $\frac{3}{2}$	a) $3a^{\ln a}$	a) $\frac{n}{6}$	a) $-\frac{7}{2}$
b) $\frac{5}{2}$	b) a^3	b) $\frac{n}{4}$	b) -3
c) 3	c) $a^{3 \ln a}$	c) $\frac{n}{2}$	c) 2

10.2. Suponha que $a = \sqrt[3]{5}$.

Dado um número real positivo k , mostre que $f(k^2) = \frac{6 \ln k}{\ln 5}$.

FIM

Roberto Oliveira

Exercícios
de
MATEMÁTICA A
para preparar o
Exame Nacional de
2024
(inclui 3 provas modelo)

Contém:
** mais de 300 itens originais de Matemática A
** 2 provas modelo originais de Matemática A
** resolução de TODOS os exercícios

Roberto Oliveira

**Exercícios
de
MATEMÁTICA A
para preparar o
Exame Nacional de
2024
(inclui 3 provas modelo)**

Contém:
-- mais de 300 temas originais de Matemática A
-- 3 provas modelo originais de Matemática A
-- resolução de TODOS os exercícios

COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.	2.	3.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	7.1.	7.2.	8.	9.	10.1.	10.2.	200
8	16	16	16	16	8	16	8	16	16	16	8	8	16	16	

Formulário

Trigonometria

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

Regras de derivação

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u^n)' = nu^{n-1}u' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\sin u)' = u' \cos u$$

$$(\cos u)' = -u' \sin u$$

$$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$(e^u)' = u'e^u$$

$$(a^u)' = u'a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

Limites notáveis

$$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$