



[www.esffranco.edu.pt](http://www.esffranco.edu.pt)

(2018/2019)

3.º Período

28/05/19

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

## 5.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 6

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleccione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

### Caderno 1: 40 minutos (é permitido o uso de calculadora)

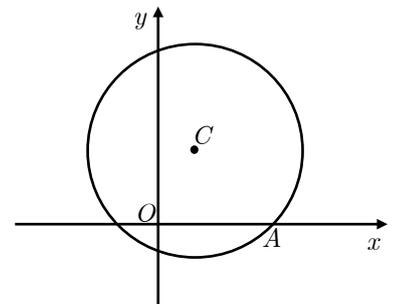
1. Considere, no referencial o.n.  $xOy$  da figura junta, a circunferência de centro  $C$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  pertence ao eixo  $Ox$  e tem abcissa 3;
- as coordenadas de  $C$  são  $(1,2)$ .

Qual é o valor do comprimento da circunferência?

- (A)  $4\sqrt{2}\pi$                       (B)  $2\sqrt{2}\pi$   
(C)  $3\sqrt{2}\pi$                       (D)  $5\sqrt{2}\pi$



2. Considere, num referencial cartesiano no espaço, o cubo  $[ABCDEFGH]$  centrado na origem do referencial.

Sabe-se que:

- $[AB]$  é uma das diagonais faciais do cubo;
- $AB = 4$ .

Qual das seguintes é a equação de uma superfície esférica inscrita no cubo?

- (A)  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$     (B)  $x^2 + y^2 + z^2 = 6$     (C)  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$     (D)  $x^2 + y^2 + z^2 = 8$

3. Um projétil foi lançado verticalmente e, após  $t$  segundos, a sua altitude  $a$  (em metros) foi dada por

$$a(t) = -4,9t^2 + 29,4t + 10.$$

Desde que foi lançado até atingir a altura máxima, a altitude do projétil percorreu:

- (A) 29,1 metros              (B) 34,4 metros              (C) 39,4 metros              (D) 44,1 metros



4. Na mercearia FIADONÃO, o número aproximado de clientes foi dado,  $t$  minutos depois das 9 horas, pela função definida por  $c(t) = t^3 - 4t^2 - t + 35$ , onde  $t \in [0, 5]$ .
- 4.1. Determine o valor aproximado do número de clientes na mercearia FIADONÃO às 9 horas, 2 minutos e 15 segundos.
- 4.2. Na mercearia concorrente NEMPENSARFIADO, o número aproximado de clientes foi dado, também  $t$  minutos depois das 9 horas, pela função definida por  $d(t) = 2t^3 - 10t^2 + 4t + 35$ , com  $t \in [0, 5]$ . Houve alguns instantes onde o número de clientes nas duas mercearias foi igual. Determine, analiticamente, esses instantes. Interprete as soluções no contexto do problema.

5. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ . Na figura ao lado está parte da parábola que representa o gráfico da função  $f$ , juntamente com o retângulo  $[PQRS]$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $V$  é o vértice da parábola;
- o ponto  $P$  pertence à parábola e tem abcissa superior à de  $V$ ;
- o ponto  $Q$  pertence ao eixo de simetria da parábola e tem a mesma ordenada de  $P$ ;
- o ponto  $R$  pertence ao eixo  $Ox$  e ao eixo de simetria da parábola;
- o ponto  $S$  pertence ao eixo  $Ox$  e tem a mesma abcissa de  $P$ .

Sejam  $x$  a abcissa do ponto  $P$  e  $A$  a área do retângulo  $[PQRS]$  em função de  $x$ , com  $x \in ]v, 4]$  (onde  $v$  é a abcissa do ponto  $V$ ).

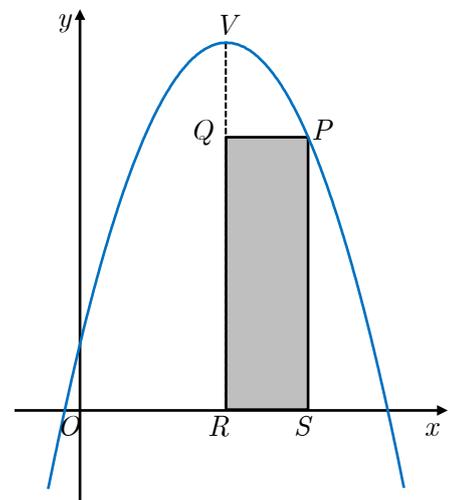
- 5.1. Mostre que  $A(x) = -x^3 + 6x^2 - 7x - 2$ .

**Sugestão:** Comece por determinar o valor de  $v$ .

- 5.2. Recorrendo à calculadora gráfica, determine o valor de  $x$  para o qual é máxima a área do retângulo  $[PQRS]$ .

Na sua resposta:

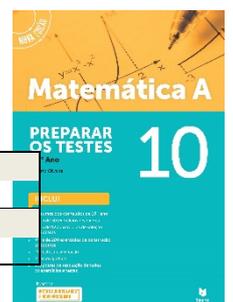
- reproduza, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que visualizar na calculadora, devidamente identificado(s) (pode utilizar a janela de visualização  $[2,4] \times [0,5]$ );
- apresente o valor pedido, arredondado às centésimas.



### FIM DO CADERNO 1

#### COTAÇÕES (Caderno 1)

Item							
Cotação (em pontos)							
1.	2.	3.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.	
8	8	8	12	16	16	16	84



**Caderno 2: 50 minutos**  
(não é permitido o uso de calculadora)

6. Para um certo número real positivo  $a$ , são paralelas as retas  $r$  e  $s$ , definidas, num referencial o.n.  $xOy$ , pelas condições  $r : 2x + ay + a = 0$  e  $s : (x, y) = (0, 0) + k(-3, a), k \in \mathbb{R}$ .

Qual é o valor de  $a$ ?

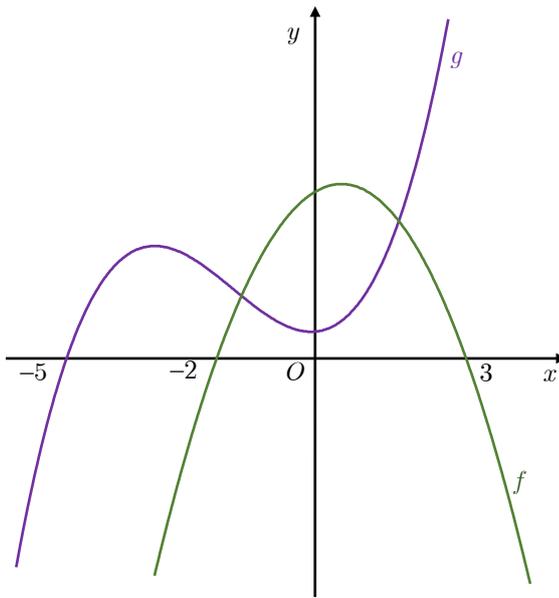
- (A) 3                      (B) 4                      (C)  $\sqrt{6}$                       (D)  $2\sqrt{3}$

7. Seja  $h$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $h(x) = \begin{cases} x^3 + 8 & \text{se } x < -1 \\ 0 & \text{se } x = -1 \\ 4x + 10 & \text{se } x > -1 \end{cases}$ .

Quais são os zeros de  $h$ ?

- (A)  $-\frac{5}{2}$  e  $-1$                       (B)  $-2$  e  $-1$                       (C)  $-2, -1$  e  $0$                       (D)  $-\frac{5}{2}, -2$  e  $0$

8. Na figura estão representadas partes dos gráficos das funções  $f$  e  $g$ , ambas polinomiais.



Tal como sugere a figura:

- a função  $f$  é quadrática e tem os zeros  $-2$  e  $3$ ;
- a função  $g$  é cúbica e tem um zero, o  $-5$ .

8.1. Sabe-se que os gráficos das funções  $f$  e  $g$  se intersektam nos pontos de abscissas  $-1,5$  e  $1,6$ .  
Determine o conjunto-solução da condição  $f(x) < g(x)$ .

8.2. Complete a tabela de sinais a seguir e apresente o conjunto-solução, na forma de intervalo ou união de intervalos de números reais, da condição  $f(x) \times g(x) \leq 0$ .

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		
$g(x)$		
$f(x) \times g(x)$		



9. Considere o número real  $k$  e a função polinomial  $f$ , definida por  $f(x) = x^3 - x^2 + kx - 2$ .
- 9.1. Determine  $k$  de modo que o polinómio  $f(x)$  seja divisível por  $x + 1$ .
- 9.2. Nos dois itens seguintes, considere  $k = 2$ .
- 9.2.1. Mostre que o polinómio  $f(x)$  é divisível por  $x - 1$ .
- 9.2.2. Determine, se existirem, os zeros de  $f$ .
10. Considere a condição  $4 + 8x + 3x^2 - 2x^3 - x^4 > 0$ .  
Sabendo que  $-1$  é uma raiz dupla do polinómio do primeiro membro da condição, resolva-a em  $\mathbb{R}$ .
11. De um polinómio  $T(x)$ , sabe-se que:
- o grau de  $T(x)$  é 6;
  - 8 é uma raiz de multiplicidade 5 de  $T(x)$ ;
  - 4 é outra raiz de  $T(x)$ ;
  - o resto da divisão de  $T(x)$  por  $x - 7$  é 10.
- Escreva uma expressão para  $T(x)$ .

**FIM DO TESTE**



**COTAÇÕES (Caderno 2)**

Item									
Cotação (em pontos)									
6.	7.	8.1.	8.2.	9.1.	9.2.1.	9.2.2.	10.	11.	
8	8	12	16	12	12	12	20	16	116
<b>TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)</b>									<b>200</b>