



www.esffranco.edu.pt

(2018/2019)

3.º Período

28/05/19

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

5.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 6

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleccione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Caderno 1: 40 minutos (é permitido o uso de calculadora)

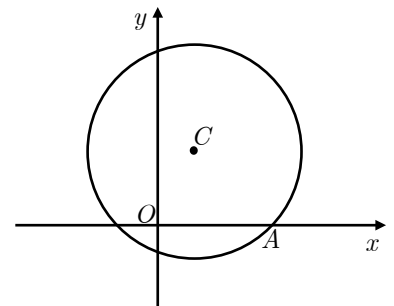
1. Considere, no referencial o.n. xOy da figura junta, a circunferência de centro C .

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao eixo Ox e tem abcissa 3;
- as coordenadas de C são $(1,2)$.

Qual é o valor do comprimento da circunferência?

- (A) $4\sqrt{2}\pi$ (B) $2\sqrt{2}\pi$
(C) $3\sqrt{2}\pi$ (D) $5\sqrt{2}\pi$



2. Considere, num referencial cartesiano no espaço, o cubo $[ABCDEFGH]$ centrado na origem do referencial.

Sabe-se que:

- $[AB]$ é uma das diagonais faciais do cubo;
- $AB = 4$.

Qual das seguintes é a equação de uma superfície esférica inscrita no cubo?

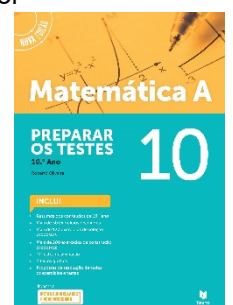
- (A) $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ (B) $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ (C) $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ (D) $x^2 + y^2 + z^2 = 8$

3. Um projétil foi lançado verticalmente e, após t segundos, a sua altitude a (em metros) foi dada por

$$a(t) = -4,9t^2 + 29,4t + 10.$$

Desde que foi lançado até atingir a altura máxima, a altitude do projétil percorreu:

- (A) 29,1 metros (B) 34,4 metros (C) 39,4 metros (D) 44,1 metros



4. Na mercearia FIADONÃO, o número aproximado de clientes foi dado, t minutos depois das 9 horas, pela função definida por $c(t) = t^3 - 4t^2 - t + 35$, onde $t \in [0, 5]$.
- 4.1. Determine o valor aproximado do número de clientes na mercearia FIADONÃO às 9 horas, 2 minutos e 15 segundos.
- 4.2. Na mercearia concorrente NEMPENSARFIADO, o número aproximado de clientes foi dado, também t minutos depois das 9 horas, pela função definida por $d(t) = 2t^3 - 10t^2 + 4t + 35$, com $t \in [0, 5]$. Houve alguns instantes onde o número de clientes nas duas mercearias foi igual. Determine, analiticamente, esses instantes. Interprete as soluções no contexto do problema.

5. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = -x^2 + 4x + 1$. Na figura ao lado está parte da parábola que representa o gráfico da função f , juntamente com o retângulo $[PQRS]$.

Sabe-se que:

- o ponto V é o vértice da parábola;
- o ponto P pertence à parábola e tem abcissa superior à de V ;
- o ponto Q pertence ao eixo de simetria da parábola e tem a mesma ordenada de P ;
- o ponto R pertence ao eixo Ox e ao eixo de simetria da parábola;
- o ponto S pertence ao eixo Ox e tem a mesma abcissa de P .

Sejam x a abcissa do ponto P e A a área do retângulo $[PQRS]$ em função de x , com $x \in]v, 4]$ (onde v é a abcissa do ponto V).

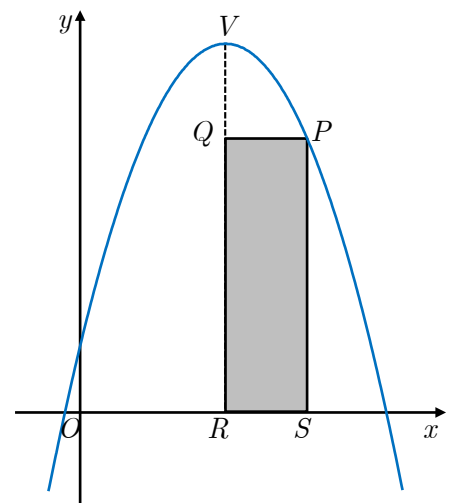
- 5.1. Mostre que $A(x) = -x^3 + 6x^2 - 7x - 2$.

Sugestão: Comece por determinar o valor de v .

- 5.2. Recorrendo à calculadora gráfica, determine o valor de x para o qual é máxima a área do retângulo $[PQRS]$.

Na sua resposta:

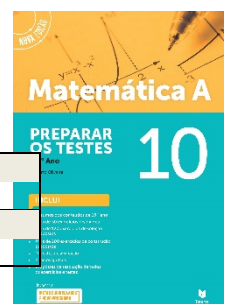
- reproduza, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que visualizar na calculadora, devidamente identificado(s) (pode utilizar a janela de visualização $[2,4] \times [0,5]$);
- apresente o valor pedido, arredondado às centésimas.



FIM DO CADERNO 1

COTAÇÕES (Caderno 1)

Item							
Cotação (em pontos)							
1.	2.	3.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.	
8	8	8	12	16	16	16	84



Caderno 2: 50 minutos
(não é permitido o uso de calculadora)

6. Para um certo número real positivo a , são paralelas as retas r e s , definidas, num referencial o.n. xOy , pelas condições $r : 2x + ay + a = 0$ e $s : (x, y) = (0, 0) + k(-3, a), k \in \mathbb{R}$.

Qual é o valor de a ?

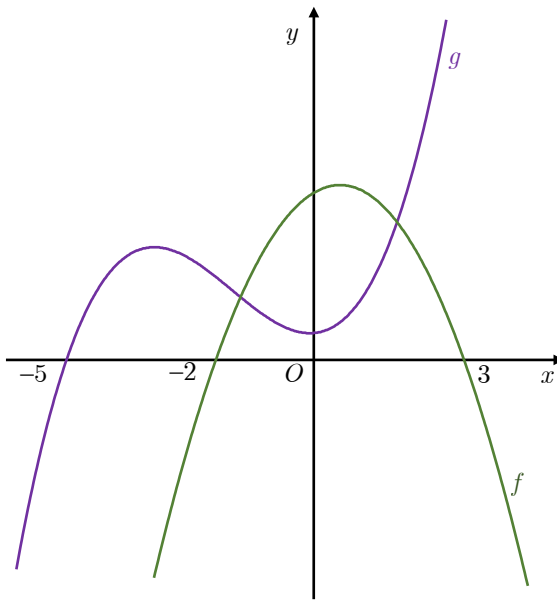
- (A) 3 (B) 4 (C) $\sqrt{6}$ (D) $2\sqrt{3}$

7. Seja h a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $h(x) = \begin{cases} x^3 + 8 & \text{se } x < -1 \\ 0 & \text{se } x = -1 \\ 4x + 10 & \text{se } x > -1 \end{cases}$.

Quais são os zeros de h ?

- (A) $-\frac{5}{2}$ e -1 (B) -2 e -1 (C) $-2, -1$ e 0 (D) $-\frac{5}{2}, -2$ e 0

8. Na figura estão representadas partes dos gráficos das funções f e g , ambas polinomiais.



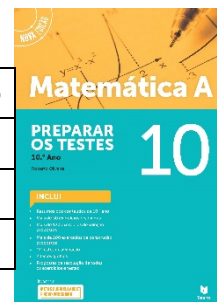
Tal como sugere a figura:

- a função f é quadrática e tem os zeros -2 e 3 ;
- a função g é cúbica e tem um zero, o -5 .

8.1. Sabe-se que os gráficos das funções f e g se intersektam nos pontos de abscissas $-1,5$ e $1,6$.
Determine o conjunto-solução da condição $f(x) < g(x)$.

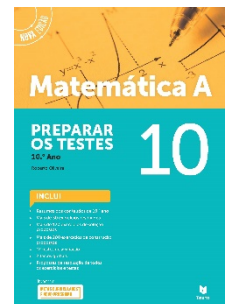
8.2. Complete a tabela de sinais a seguir e apresente o conjunto-solução, na forma de intervalo ou união de intervalos de números reais, da condição $f(x) \times g(x) \leq 0$.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		
$g(x)$		
$f(x) \times g(x)$		



9. Considere o número real k e a função polinomial f , definida por $f(x) = x^3 - x^2 + kx - 2$.
- 9.1. Determine k de modo que o polinómio $f(x)$ seja divisível por $x + 1$.
- 9.2. Nos dois itens seguintes, considere $k = 2$.
- 9.2.1. Mostre que o polinómio $f(x)$ é divisível por $x - 1$.
- 9.2.2. Determine, se existirem, os zeros de f .
10. Considere a condição $4 + 8x + 3x^2 - 2x^3 - x^4 > 0$.
Sabendo que -1 é uma raiz dupla do polinómio do primeiro membro da condição, resolva-a em \mathbb{R} .
11. De um polinómio $T(x)$, sabe-se que:
- o grau de $T(x)$ é 6;
 - 8 é uma raiz de multiplicidade 5 de $T(x)$;
 - 4 é outra raiz de $T(x)$;
 - o resto da divisão de $T(x)$ por $x - 7$ é 10.
- Escreva uma expressão para $T(x)$.

FIM DO TESTE



COTAÇÕES (Caderno 2)

Item									
Cotação (em pontos)									
6.	7.	8.1.	8.2.	9.1.	9.2.1.	9.2.2.	10.	11.	
8	8	12	16	12	12	12	20	16	116
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)									200